

مقاله پژوهشی

DOR: [20.1001.1.24767131.1399.6.1.12.6](https://doi.org/10.1001.1.24767131.1399.6.1.12.6)

## ارائه یک مدل پیشگو در بررسی رفتار پس کمانشی پوسته‌های مخروطی تقویت شده تحت تأثیر نقص شکل‌های هندسی با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی

مهدی دهقان<sup>۱\*</sup>، محمدعلی رسولی<sup>۲</sup>، محمد رحیمی آهویی<sup>۳</sup>

[m\\_dehghan@mut-es.ac.ir](mailto:m_dehghan@mut-es.ac.ir)

[rasoli.ma@mut-es.ac.ir](mailto:rasoli.ma@mut-es.ac.ir)

[rahimi.ml367@gmail.com](mailto:rahimi.ml367@gmail.com)

\* نویسنده مسئول، پژوهشگر، مجتمع دانشگاهی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

<sup>۲</sup> استادیار، مجتمع دانشگاهی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

<sup>۳</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، مجتمع دانشگاهی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

تاریخ پذیرش: ۹۹/۰۵/۱۹

تاریخ دریافت: ۹۸/۰۱/۱۹

### چکیده

در سال‌های اخیر، کاربرد پوسته‌های مخروطی تحت فشار خارجی به‌طور فزاینده‌ای در بدنه شناورهای زیرسطحی، بدنه موتور هواپیما و مخازن کارگاه‌های مواد شیمیایی توسعه یافته است. مقاومت پوسته‌های جدار نازک تحت فشار خارجی، اغلب تحت تأثیر پدیده کمانش است، پس بررسی این پدیده اهمیت زیادی دارد. کمانش پوسته‌های مخروطی به روش‌های مختلف از جمله روش‌های تحلیلی و تجربی قابل محاسبه است که اغلب وقت‌گیر و دارای پیچیدگی‌های زیاد هستند. در این مقاله به کمک شبکه‌های عصبی، روشی ساده، سریع و دقیق برای پیش‌بینی فشار کمانشی و پس کمانشی پوسته‌های مخروطی ارائه می‌شود. ابتدا به کمک نرم‌افزار اجزاء محدود برای پوسته‌هایی با ضخامت و تقویت‌های مختلف فشار کمانشی و پس کمانشی محاسبه شده و در ادامه از نتایج تحلیل‌های عددی، آموزش‌های لازم به شبکه عصبی داده می‌شود. به منظور صحت‌سنجی نتایج، رفتار پیش‌بینی شده از طریق شبکه عصبی با نتایج حاصل از نرم‌افزار المان محدود مقایسه شده که بیانگر دقت بالای روش ارائه شده است. در نهایت با استفاده از مدل پیشگو، بار بحرانی کمانش خطی و غیرخطی برای پوسته‌های مخروطی در ضخامت و ابعاد تقویت مختلف در نمودارهایی ارائه می‌شود.

**واژه‌های کلیدی:** پوسته‌های مخروطی، رفتار پس کمانشی، تحلیل المان محدود، شبکه‌های عصبی مصنوعی

دارند. این پوسته‌های نازک فلزی در مدل‌های تقویت شده و بدون تقویت به‌صورت گسترده‌ای در سازه‌های زیرسطحی،

### ۱. مقدمه

پوسته‌های جدار نازک در صنایع پیشرفته کاربرد فراوانی

در سال‌های اخیر ارائه روش‌های رایانه‌ای سریع برای پیش‌بینی رفتارهای مکانیکی مورد توجه محققان بوده است. برای مثال در سال ۲۰۰۲، محققان لهستانی مدلی بر پایه شبکه‌های عصبی<sup>۱</sup> برای پیش‌بینی فشار کمانش استوانه‌های دارای نقص تحت بار محوری ارائه دادند [۱۰]. آنجلوس و همکارانش در سال ۲۰۰۷ برای استخراج شکل موده‌های کمانش لوله‌های استوانه‌ای جدار نازک PVC از الگوریتم شبکه‌های عصبی مصنوعی استفاده نمودند [۱۱]. در ۲۰۱۲ حسن زاده و همکاران با در نظر گرفتن وزن سازه به عنوان نیروی ثابت، پیش‌بینی کمانش پوسته‌های کمانی فولادی را به کمک شبکه‌های عصبی بررسی کردند [۱۲]. در همین سال شیدایی و بهرامی نژاد با استفاده از شبکه‌های عصبی به ارزیابی رفتار کمانشی و پس‌کمانشی اعضای فشاری پرداختند [۱۳]. همچنین بیلجهان و همکاران، از شبکه عصبی برای پیش‌بینی کمانش ستون دارای ترک استفاده کردند [۱۴]. در سال ۲۰۱۳، کومار و یاداف با استفاده از شبکه‌های عصبی چندلایه پیش‌بینی فشار کمانش تیر-ستون را انجام دادند [۱۵]. شریفی و توحیدی، در سال ۲۰۱۴ کمانش برشی عرضی شاه‌تیرهای با مقطع I شکل و جان تیر مستطیلی را بررسی کرده و با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی روشی را برای پیش‌بینی فشار کمانش این تیرها ارائه دادند [۱۶]. در سال ۲۰۱۵ همین گروه تحقیقاتی موفق شد با بهره‌گیری از قابلیت شبکه‌های عصبی مصنوعی آنالیز حساسیت، روی پارامترهای ورودی مؤثر در پدیده کمانش اعوجاجی تیرهای I شکل یک سر در گیر را انجام دهد [۱۷]. اخیراً و در سال ۲۰۱۶ آپندرا و همکاران، موفق به پیاده‌سازی شبکه‌های عصبی مصنوعی در پیش‌بینی بار بحرانی کمانش پانل‌های کامپوزیتی تقویت‌شده تحت بارهای محوری شدند [۱۸]. در این بررسی از روش المان محدود و نرم‌افزار اتنیسیس در استخراج نتایج عددی مربوط به پانل کامپوزیتی بهره گرفته شده است. همان‌گونه که در بالا اشاره شد، استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی در پیش‌بینی رفتار کمانشی سازه‌ها محدود به پوسته‌های استوانه‌ای بدون تقویت، انواع تیر و ورق بوده است. با توجه به اهمیت کاربرد پوسته‌های مخروطی در سازه‌های تحت فشار و لزوم کاربرد روشی برای پیش‌بینی اثر

سازه‌های فضایی و در ساخت مخازن فشار و ذخیره مایعات مورد بهره‌برداری قرار می‌گیرند. با توجه به این کاربرد گسترده، بررسی پایداری این پوسته‌ها اهمیت فراوانی دارد. بنابراین تحقیقات فراوانی برای بررسی رفتار کمانشی و پس‌کمانشی پوسته‌ها صورت پذیرفته است.

از سال ۱۹۰۸ که لورنز اولین حل کمانش پوسته‌های استوانه‌ای زیر بار محوری را ارائه داد، کمانش خطی و غیرخطی این پوسته‌ها تحت بارگذاری‌ها و نقص شکل‌های گوناگون مورد توجه محققان و پژوهشگران بوده است [۱]. کویتز، در سال ۱۹۴۴ با در نظر گرفتن نقص شکل‌های نامتقارن کوچک در سازه‌های الاستیک، اولین تئوری عمومی در مورد نقص شکل‌های هندسی را ارائه کرد [۲]. کندریک در سال ۱۹۵۳ بر پایه روش کمینه کردن انرژی پتانسیل، کمانش استوانه‌های دارای تقویت رینگ را بررسی کرد [۳]. در سال ۲۰۰۱، تنگ و سونگ با ارائه مقاله‌ای، با استفاده از تحلیل اجزای محدود غیرخطی، فشار کمانش را برای پوسته استوانه‌ای دارای نقص هندسی تحت بارگذاری متقارن محوری بدون پیچش، به دست آوردند [۴]. این دو محقق در سال ۲۰۰۴، حساسیت به نقص پوسته استوانه‌ای الاستیک را مورد بررسی قرار دادند [۵]. خلیل، در سال ۲۰۰۲ کمانش پوسته فولادی استوانه‌ای تقویت‌شده دارای نقص هندسی و تحت بارگذاری فشاری و محوری غیریکنواخت را مورد بررسی قرار دادند [۶]. در همین سال کیم سئونگ و کیم چانگ-سانگ، استحکام کمانشی استوانه‌های دارای نقص شکل هندسی و بدون نقص تحت فشار محوری را بررسی کردند و نتیجه گرفتند که با افزایش نسبت قطر به ضخامت پوسته استوانه‌ای، کاهش قابل توجهی در استحکام کمانشی رخ می‌دهد، ولی با افزایش نسبت ارتفاع به قطر، کاهش استحکام اندک خواهد بود [۷]. همچنین در سال ۲۰۰۴، خمیلیچی و همکاران با در نظر گرفتن نقص شکل‌های متقارن محوری محلی، تأثیر این نقص‌ها را بر رفتار کمانشی پوسته‌های استوانه‌ای بررسی کردند [۸]. در سال ۲۰۰۵ شنایدر و برد، اثر نقص شکل‌های هندسی بر فشار کمانش استوانه‌های تحت فشار خارجی را مورد مطالعه قرار دادند [۹].

بیان می‌کند. برای سازه‌ها معمول‌ترین ورودی، نیروها و معمول‌ترین خروجی، جابه‌جایی‌ها هستند. انتخاب ورودی و خروجی یکتا نبوده و امکان انتخاب کمیت‌های متفاوتی وجود دارد. اغلب حالت تغییر فرم نیافته یعنی پیش از بارگذاری به عنوان نقطه مرجع در نظر گرفته می‌شود. با این انتخاب این اطمینان وجود دارد که مسیر تعادل از نقطه تعادل می‌گذرد؛ زیرا حالت تغییر فرم نیافته یک حالت تعادل است [۱۹].

در تحلیل رفتار غیرخطی سازه، نقاط خاصی از مسیر تعادل اهمیت ویژه‌ای دارند. از جمله نقاط حدی<sup>۵</sup> و نقاط دوشاخگی<sup>۶</sup>. در نقاط حدی، مماس بر مسیر تعادل افقی است و از نقاط دوشاخگی دو یا چند مسیر تعادل عبور می‌کند. لازم به یادآوری است که در این نقاط بحرانی رابطه بین نیرو و جابه‌جایی یکتا نیست و در اصطلاح سازه غیرقابل کنترل است. این نقاط از لحاظ مهندسی اهمیت بسزایی دارد زیرا نقاطی هستند که اغلب طراح از آن‌ها دوری می‌جوید. این مقاله در نظر دارد که با استفاده از تحلیل ریکتز نرم افزار اجزاء محدود آباکوس مسیر تعادل سازه و نقاط بحرانی آن را مشخص کرده و با استفاده از شبکه‌های عصبی تعداد وسیعی از پارامترهای مؤثر را بررسی نماید.

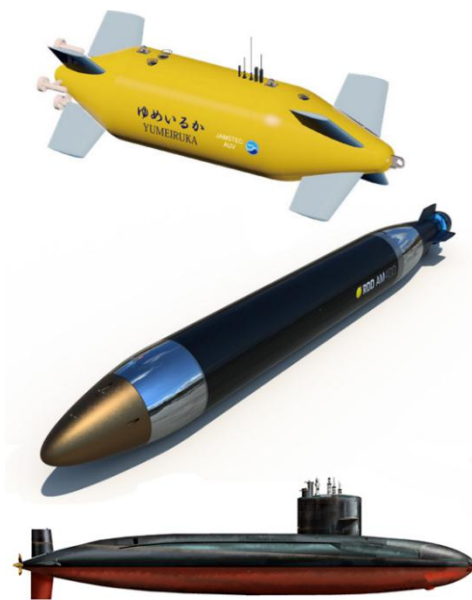
در برخی مسائل استاتیکی غیرخطی (شامل هندسه غیرخطی، بارگذاری غیرخطی و شرایط مرزی غیرخطی) پدیده کمانش اتفاق می‌افتد. در این مسائل پاسخ نیرو-جابه‌جایی سازه نشانگر این است که سختی مماسی منحنی رفتار سازه، منفی است. به عبارت دیگر، پس از بارگذاری روی سازه تا یک زمان مشخص، برای اینکه سازه در حال تعادل باقی بماند باید انرژی کرنشی سازه کاهش یابد که در نتیجه آن، سختی سازه مقدراری منفی خواهد بود. سختی مماسی<sup>۸</sup> از رابطه ۱ قابل محاسبه است [۱۹]:

$$\text{Tangent Stiffness} = \lim \frac{\text{Load Increment}}{\text{Displacement Increment}} \quad (1)$$

روش تکرار نیوتن-رافسون<sup>۹</sup> روشی معمول در حل معادله‌های غیرخطی حاکم بر رفتار سازه‌هاست. در این روش از فرایند

نقص شکل متداول خارج از گردی و تغییر ابعاد هندسی تقویت‌ها در بار بحرانی این سازه‌ها، در این مقاله کاربرد شبکه‌های عصبی در پیش‌بینی فشار کمانشی و پس کمانشی این پوسته‌ها توسعه داده می‌شود. بنابراین فشار کمانشی و پس کمانشی برای حالت‌های گوناگون پوسته‌ها با تغییر ابعاد تقویت‌ها به کمک نرم افزار المان محدود به دست آمده و به عنوان ورودی شبکه عصبی مورد استفاده قرار گرفته است. در نهایت نتایج به دست آمده از شبکه عصبی با مقایسه با نتایج نرم افزار ارزیابی می‌شود.

لازم به یادآوری است، بدنه شناورهای زیرسطحی از جمله زیردریایی‌ها، اژدرها و AUVها، بخشی از کاربرد وسیع پوسته‌های مخروطی در حوزه مهندسی زیر دریاست (شکل ۱).



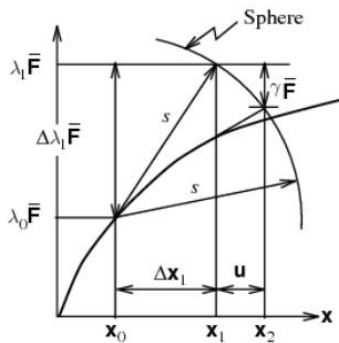
شکل ۱. کاربرد پوسته‌های مخروطی در حوزه مهندسی زیر دریا

## ۲. تئوری و مبانی تحلیل

### ۲-۱. تئوری غیرخطی در تحلیل پایداری

مفهوم مسیر تعادل<sup>۳</sup> نقش محوری در تحلیل‌های غیرخطی سازه‌ها دارد. یکی از ابزارهای مهم برای این مسیر تعادل، دیاگرام پاسخ سیستم است. دیاگرام پاسخی که بیشترین استفاده را در تحلیل‌های غیرخطی دارد، دیاگرام بار-تغییر شکل<sup>۴</sup> است. دیاگرام پاسخ، بیشتر رابطه بین ورودی (ها) و خروجی (ها) را نشان می‌دهد. یعنی رابطه علت و معلولی را

کند. ترم  $\psi^2$  ضریب مقایسه کننده‌ای است که در اصل برای سازگاری ابعادی رابطه ۵ به کار می‌رود.



شکل ۲. روش طول کمان کروی [۱۸]

اکنون فرایند نیوتن-رافسون با استفاده از خطی سازی رابطه ۲ پایه‌ریزی می‌شود. با در نظر گرفتن امکان تغییر در  $\lambda$  یک دستگاه از معادله‌های خطی در تکرار  $k$  ام به دست خواهد آمد:

$$R x_k, \lambda_k + T x_k u - \gamma \bar{F} = 0 \quad (6)$$

که  $u$  تغییر تکراری در موقعیت را بیان می‌کند و  $\gamma$  تغییر تکراری در  $\lambda$  را به صورت زیر نشان می‌دهد:

$$x_{k+1} = x_k + u; \quad \Delta x_{k+1} = x_k + 1 \quad (7)$$

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k + u; \quad \Delta \lambda_{k+1} = \lambda_k + 1 \quad (8)$$

در ادامه و در بخش سوم از این مقاله، با استفاده از این الگوریتم و نرم‌افزار آباکوس بار بحرانی کمانش پوسته مخروطی تقویت‌شده تحت نقص شکل‌های هندسی استخراج شده است.

## ۲-۲. شبکه‌های عصبی

مسئله مهمی که در مسائل بهینه‌سازی مطرح است، تعیین تابع هدف است. در برخی مسائل این تابع هدف را می‌توان از قوانین حاکم بر مسئله به دست آورد و به صورت ریاضی بیان کرد. ولی در بسیاری از موارد به‌سادگی نمی‌توان قوانین حاکم را به صورت رابطه صریح ریاضی بیان نمود که برای بررسی آن‌ها از روش‌های دیگر بهره‌برداری می‌شود. یکی از این روش‌ها، استفاده از شبکه‌های عصبی برای تقریب تابع هدف است.

جست‌وجوی خطی برای افزایش سرعت همگرایی استفاده می‌شود. حال آنکه این روش قادر به عبور از نقاط حدی در مسیر تعادل نیست [۱۹]. روش قدرتمند طول کمان<sup>۱۰</sup> که در آن حل تکراری مفید شده و به دنبال مسیر قطعی تعادل پیش می‌رود، با ترکیب نمودهای بار و تغییر مکان قادر به حل مسائل نقاط حدی است. این روش در الگوریتم ریکز در نرم‌افزار آباکوس به خوبی در تحلیل رفتار کمانشی پوسته‌ها استفاده شده است. در این جا روش طول کمان با قید دایره‌ای مورد بررسی و استفاده قرار گرفته است. اعمال قید با کنترل مقدار بارهای خارجی توسط پارامتر کنترل  $\lambda^{11}$  صورت می‌پذیرد. بنابراین رابطه تعادل به صورت رابطه ۲ خواهد بود:

$$R x, \lambda = T x - \lambda \bar{F} = 0. \quad (2)$$

که در رابطه ۲،  $\bar{F}$  بیانگر توزیع بار خارجی گرهی معادل،  $T$  نماینده نیروهای داخلی و  $R$  باقی‌مانده است. حال مقدار  $\lambda$  در طول تکرار فرایند نیوتن-رافسون با وضع رابطه قیدی اضافی تغییر می‌کند. بر اساس بار گذاری متناسب<sup>۱۲</sup>، نمو  $i$  ام بار توسط نمو در مقدار  $\lambda$  به دست می‌آید و این مقدار با مقدار به دست آمده در انتهای نموی بار قبلی ( $i-1$ ) اختلاف خواهد داشت:

$$\Delta F_i = \Delta \lambda \bar{F}; \quad \Delta \lambda = \lambda - \lambda_{i-1} \quad (3)$$

به طور مشابه، تغییر کلی در موقعیت (جاب‌جایی) سازه تحت اثر نمو بار با  $\Delta x$  و به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\Delta x = x_i - x_{i-1} \quad (4)$$

روش‌های طول کمان متعددی با وضع معادله‌های قیدی مختلف به منظور برآورد مجهول اضافی  $\lambda$  پیشنهاد شده‌اند. انتخاب مناسب، روش طول کمان کروی (شکل ۲) است که در آن رابطه قیدی اضافی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود [۱۹]:

$$\Delta x^T \Delta x + \Delta \lambda^2 \psi^2 F^T F = s^2 \quad (5)$$

رابطه ۵ سطح کروی تعمیم داده‌شده را تعریف می‌کند و فرایند حل تکراری در رسیدن به مسیر تعادل و حصول همگرایی طوری مفید می‌شود که روی این سطح حرکت

### ۳. تحلیل و بررسی عددی

#### ۳-۱. صحت‌سنجی کد تحلیل المان محدود

با توجه به در دسترس بودن حل‌های تحلیلی برای پوسته‌های استوانه‌ای و نیز قابلیت توصیف معادله‌های تعادل پوسته مخروطی در دستگاه استوانه‌ای، در این مقاله برای صحت‌سنجی کد المان محدود در بررسی پدیده کمانش و پس‌کمانش از استوانه بدون تقویت با قطر داخلی ۵۳۳ میلی‌متر، طول ۸۰۰ میلی‌متر و ضخامت پوسته ۴ میلی‌متر استفاده شده است. ولمیر<sup>۱۵</sup> برای محاسبه فشار کمانش استوانه‌ای به طول  $L$ ، شعاع  $R$  و ضخامت  $h$  تحت فشار خارجی و دارای تکیه‌گاه ساده در هر دو طرف، رابطه ۹ را ارائه کرد [۲۱]:

$$P_{cr} = \frac{Dn^2}{R^3} \left( 1 + \frac{1}{n^2} \left( \frac{\pi R}{L} \right)^2 \right)^2 + \frac{Eh}{R} \frac{\left( \frac{\pi R}{L} \right)^4}{n^6 \left[ 1 + \frac{1}{n^2} \left( \frac{\pi R}{L} \right)^2 \right]^2}$$

$$n > 1, \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

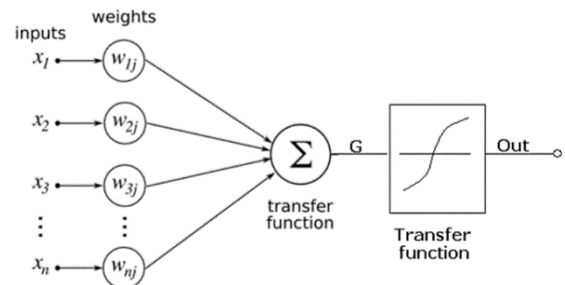
(۹)

در این رابطه،  $D$  سفتی خمشی پوسته،  $E$  مدول یانگ و  $n$  عدد موج محیطی در هر شکل مود کمانش است. با استفاده از رابطه ولمیر، نتایج بار بحرانی کمانش برای استوانه بدون تقویت استخراج و در جدول ۱ ارائه می‌شود. همان‌طور که در شکل ۴ نشان داده شده است، حداقل بار بحرانی کمانش در رابطه ولمیر در عدد موج  $n = 5$  اتفاق افتاده است که در ادامه و در بررسی‌های عددی نیز این عدد موج نشان داده می‌شود.

جدول ۱. نتایج بار بحرانی کمانش رابطه ولمیر

n	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
P <sub>cr</sub> (MPa)	۸۲۰	۳۵	۴/۶۲	۱/۹	۱/۸۸	۲/۴۳	۳/۲	۴/۱

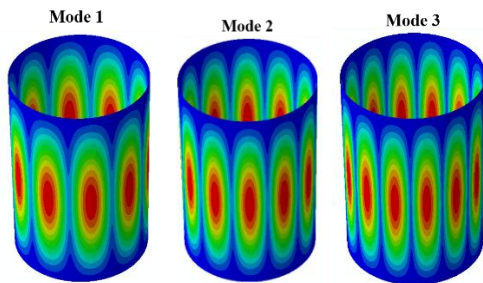
شبکه‌های عصبی در دسته سیستم‌هایی قرار دارند که با پردازش داده‌های تجربی، دانش یا قانون نهفته در ویرای داده‌ها را به ساختار شبکه منتقل می‌کنند و بر اساس محاسبات روی داده‌های عددی یا مثال‌ها، قوانین کلی را فرا می‌گیرند. در حقیقت شبکه عصبی زنجیره‌ای از لایه‌هاست که شامل لایه ورودی‌ها، لایه‌های پنهان و لایه خروجی می‌شود و پس از آموزش دیدن با تعداد مناسب از داده‌ها، می‌تواند محاسبات مهمی را انجام دهد. پس از انجام موفقیت‌آمیز مرحله آموزش، شبکه‌های عصبی مصنوعی توانایی پیش‌بینی خروجی‌های مناسب برای الگوهای جدید واردشده را دارند [۲۰].



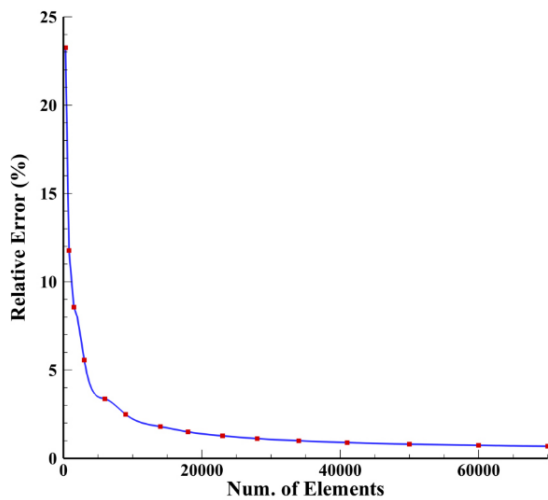
شکل ۳. شماییک شبکه عصبی [۲۰]

برای به دست آوردن راه‌حل مطلوب از این روش، انتخاب تابع انتقال، تابع آموزش و معماری شبکه اهمیت زیادی دارد (شکل ۳). با توجه به میزان پیچیدگی مسئله، معماری شبکه انتخاب شده و تعداد لایه‌های پنهان تعیین می‌شود. اثبات شده است که الگوریتم پس‌انتشار<sup>۱۳</sup> کارآمدترین تکنیک برای آموزش شبکه‌های پرسپترون چندلایه<sup>۱۴</sup> است که در این مقاله از این روش استفاده شده است. پس از وارد کردن داده‌های ورودی و خروجی و آموزش شبکه، میزان خطا و اختلاف بین داده‌های خروجی حاصل از شبکه با الگوهای هدف و آستانه خطای تعیین شده مقایسه می‌شود. مرحله آموزش زمانی پایان می‌یابد که خطا در محدوده قابل قبول باشد. در غیر این صورت به سمت عقب و تا لایه اول انتشار می‌یابد [۱۲].

که در رابطه ۱۰ میزان خطای نسبی،  $P_{FEM}$  فشار کمناش حاصل از نرم افزار و  $P_{Exact}$  فشار کمناش حاصل از رابطه ولیمیر است. المان استفاده شده برای مش بندی در این حالت، المان پوسته ای مربعی از نوع STRI65 است. شکل ۷ نحوه همگرایی نتایج متناسب با افزایش چگالی المان ۱۷ها را نشان می دهد. با توجه به میزان خطا و محدودیت های سخت افزاری و هزینه زمانی، تراکم مش به گونه ای انتخاب شد که فشار کمناش حاصل از تحلیل المان محدود نسبت به فشار کمناش حاصل از رابطه ولیمیر یک درصد خطا دارد.

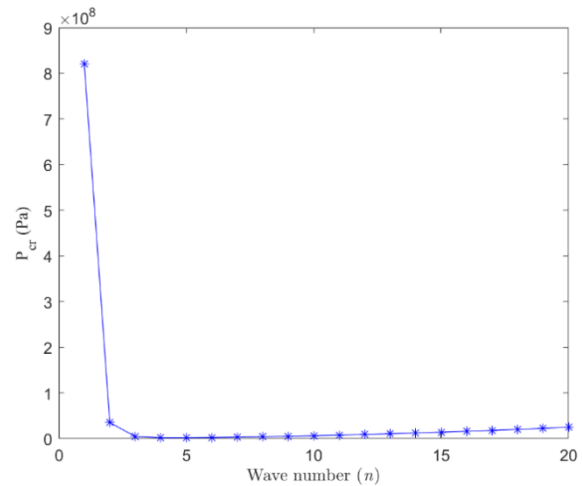


شکل ۶. شکل مودهای کمناش خطی پوسته استوانه ای بدون تقویت



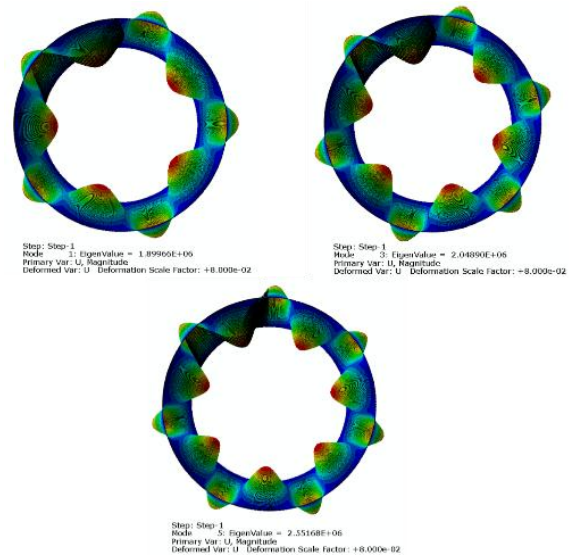
شکل ۷. نحوه همگرایی نتایج متناسب با افزایش چگالی المان ها

همان طور که قبلاً اشاره شد، با استفاده از الگوریتم ریکز از نرم افزار آباکوس می توان مسیر تعادل پوسته مخروطی تحت بارگذاری خارجی را در یک تحلیل نموی به دست آورد. با توجه به اهمیت نقاط حادی در این مسیر تعادل، از الگوریتم طول کمان در استخراج آن بهره گرفته شده است. نرم افزار آباکوس این قابلیت را فراهم می کند تا نقص شکل های هندسی را به صورت برهم نهی شکل مودهای خطی اعمال



شکل ۸. بار بحرانی کمناش حاصل از رابطه ولیمیر

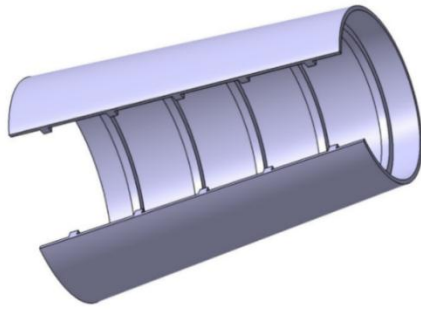
شکل ۵، شکل مود و نیز مقادیر ویژه متناظر با هر شکل مود را برای پوسته استوانه ای بدون تقویت ارائه می کند. برای بررسی دقیق تر شکل مودها متناسب با ابعاد هندسی استوانه، شکل ۶ ارائه شده است.



شکل ۹. شکل مود و مقادیر ویژه متناظر برای پوسته استوانه ای بدون تقویت

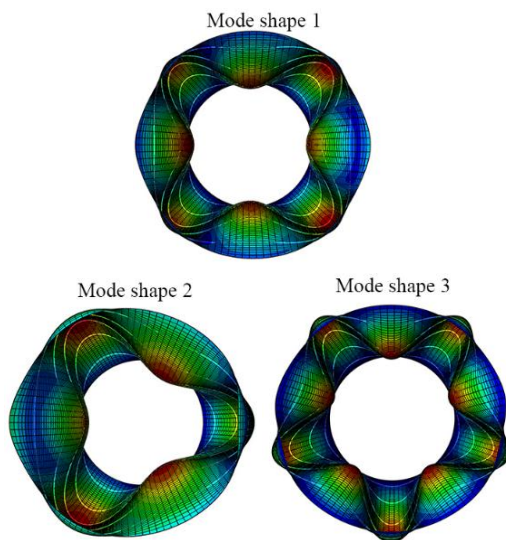
مقایسه بین فشار کمناش خطی حاصل از نرم افزار و فشار حاصل از رابطه ۹، بیانگر اختلاف ناچیز و تأییدکننده روش مورد استفاده است. در اینجا برای مقایسه نتایج از رابطه نرم ۱۶ خطای نسبی به صورت زیر استفاده شده است:

$$E_{Relative} = \left\| \frac{P_{FEM} - P_{Exact}}{P_{Exact}} \right\| \times 100. \quad (10)$$



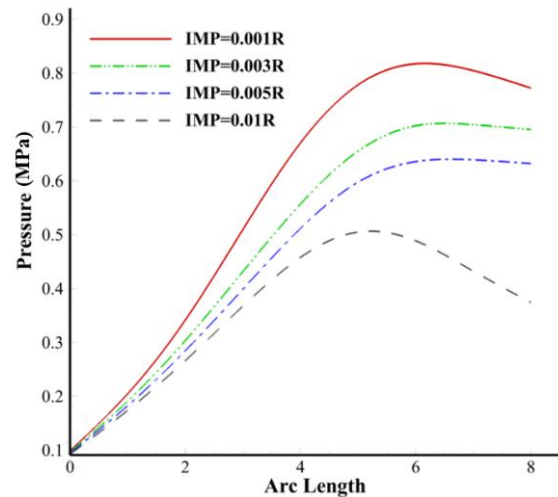
شکل ۹. هندسه پوسته تحت بررسی و چیدمان رینگ‌ها

در ادامه ضمن مدل‌سازی پوسته‌ها در نرم‌افزار المان محدود از کد پایتون برای بررسی پارامتری چیدمان‌های مختلف ابعاد تقویت‌ها استفاده شده است. در شکل ۱۰، شکل مودهای کمانش خطی برای پوسته مخروطی به ضخامت ۸ میلی‌متر و عرض و پهنای تقویت ۱۲ میلی‌متر تحت فشار خارجی و شرایط تکیه گاهی ساده در هر دو طرف ارائه شده است. از داده‌های جدول ۳ به منظور آموزش شبکه عصبی استفاده شده است. همان‌گونه که در جدول ۲ مشاهده می‌شود، در برخی از چیدمان‌های تقویتی به‌خصوص در ضخامت‌های بالا کاهش شدید بار بحرانی کمانش غیرخطی اتفاق می‌افتد. این کاهش به دلیل حساسیت بالای بار بحرانی به وجود نقص شکل هندسی و شکل مودهای کمانش خطی است. حال آنکه در پوسته‌های مخروطی با ضخامت تقویت بالا تغییر شکل مودها و تغییر عدد موج محیطی ( $n$ ) مربوط به آن مشاهده می‌شود.



شکل ۱۰. شکل مودهای کمانش خطی پوسته مخروطی

کرد. در شکل ۸ تأثیر افزایش مقدار نقص شکل‌ها بر مسیر تعادل پوسته مخروطی بدون تقویت با ضخامت ۴ میلی‌متر نشان داده شده است.



شکل ۸. رفتار پس کمانشی برای پوسته با ضخامت ۴ میلی‌متر و اندازه نقص هندسی مختلف

### ۲-۳. مدل‌سازی المان محدود و آموزش شبکه عصبی

در این مقاله پوسته‌های مخروطی با ابعاد ضخامت و تقویت‌های مختلف به منظور ایجاد یک بانک اطلاعاتی برای استفاده در آموزش شبکه‌های عصبی در نظر گرفته شده است (جدول ۲). پوسته‌های موردنظر از جنس آلومینیوم و ۴، ۶ و ۸ میلی‌متر ضخامت دارند. تقویت‌های استفاده‌شده در این مدل، رینگ‌های داخلی با سطح مقطع مستطیل و از جنس مشابه پوسته هستند. برای هر یک از پوسته‌ها، رینگ‌هایی با عرض و ضخامت ۸، ۱۰، ۱۲ و ۱۴ میلی‌متر در نظر گرفته شده که به فاصله ۱۶۰ میلی‌متر از یکدیگر قرار گرفته‌اند (شکل ۹).

جدول ۲. مشخصات هندسی و خواص مکانیکی پوسته‌ها

جنس	آلومینیوم ۵۰۸۳
مدول الاستیسیته	۷۱ گیگا پاسکال
ضریب پواسون	۰/۳۳
شعاع کوچک	۲۱۰ میلی‌متر
شعاع بزرگ	۲۶۶/۵ میلی‌متر
طول پوسته	۸۰۰ میلی‌متر
ضخامت پوسته	۴-۸ میلی‌متر
عرض تقویت‌ها	۸-۱۴ میلی‌متر
ضخامت تقویت‌ها	۸-۱۴ میلی‌متر

ضخامت پوسته (mm)	عرض تقویت (mm)	ضخامت تقویت (mm)	فشار کمانش خطی (MPa)	فشار کمانش غیر خطی (MPa)
۸	۱۰	۱۰	۶/۶۹۸	۳/۰۱۲
۸	۱۰	۱۲	۷/۶۹۷۸	۳/۱۷۸۶
۸	۱۲	۸	۶/۱۳۷	۲/۹۰۹۱
۸	۱۲	۱۰	۶/۹۶۵۵	۳/۰۷۷۸
۸	۱۲	۱۲	۸/۱۲۷۳	۳/۱۰۶۷
۸	۱۴	۸	۶/۲۷۹۲	۲/۹۵۴۲
۸	۱۴	۱۰	۷/۲۲۱۹	۳/۱۴۷۳
۸	۱۴	۱۲	۸/۳۷۸۵	۳/۲۱۲۲
۸	۱۴	۱۴	۹/۴۱۱۱	۳/۲۶۶۶

#### ۴. معماری شبکه و استخراج نتایج

در این پژوهش از جعبه ابزار شبکه عصبی نرم افزار متلب برای شبیه سازی شبکه عصبی پیش خور<sup>۱۸</sup> چندلایه استفاده شده است. برای آموزش شبکه از تابع لونیگ-مرکوآرت بهره برداری شده که این روش به عنوان سریع ترین و مؤثرترین روش آموزش شبکه در مسائل تقریب تابع شناخته می شود. این تابع آموزشی، اندازه وزن ها و بایاس ها را بر اساس روش لونیگ-مرکوآرت بهینه سازی می کند. معماری شبکه حاصل به صورت زیر است که شماتیک آن در شکل ۱۱ آمده است:

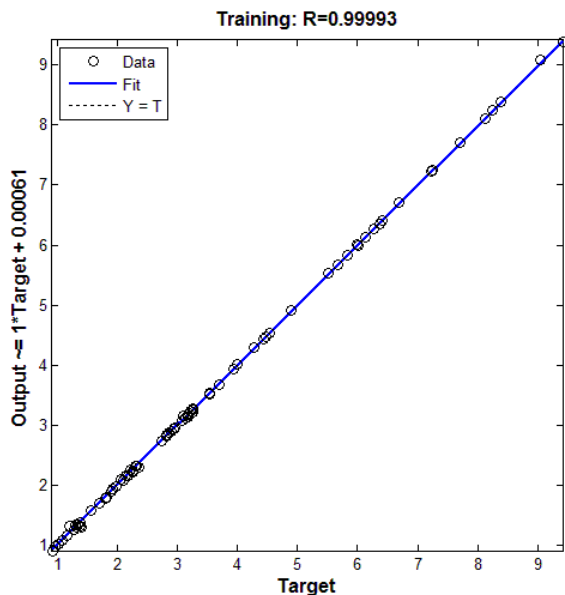
- لایه ورودی شامل ضخامت پوسته، ضخامت تقویت ها، عرض تقویت ها؛
- لایه مخفی اول تشکیل شده از ۸ نورون با تابع انتقال تانژانت هایپربولیک سیگموئید؛
- لایه مخفی دوم تشکیل شده از ۶ نورون با تابع انتقال تانژانت هایپربولیک سیگموئید؛
- لایه مخفی سوم تشکیل شده از ۶ نورون با تابع انتقال تانژانت هایپربولیک سیگموئید؛
- لایه خروجی شامل فشار کمانش و پس کمانش با تابع انتقال خطی.

جدول ۳. فشار کمانش خطی و پس کمانش حاصل از نرم افزار برای حالت های مختلف برای آموزش شبکه

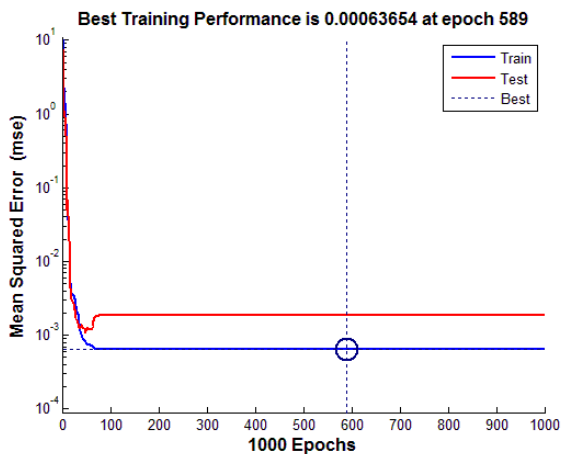
ضخامت پوسته (mm)	عرض تقویت (mm)	ضخامت تقویت (mm)	فشار کمانش خطی (MPa)	فشار کمانش غیر خطی (MPa)
۴	۸	۸	۱/۵۷۱۱	۰/۹۱۷۹
۴	۸	۱۰	۲/۰۹۵۶	۱/۰۸۰۶
۴	۸	۱۲	۲/۸۲۷۵	۱/۲۷۶۲
۴	۱۰	۸	۱/۶۹۹۲	۰/۹۷۶۳
۴	۱۰	۱۰	۲/۳۲۵	۱/۱۶۸۴
۴	۱۰	۱۲	۳/۱۹۲۵	۱/۳۹۷
۴	۱۰	۱۴	۳/۹۹۶۱	۱/۳۴۶۶
۴	۱۲	۸	۱/۸۱۹۱	۱/۰۳۱۵
۴	۱۲	۱۲	۳/۵۲۹۸	۱/۲۱۰۴
۴	۱۲	۱۴	۴/۲۷۸۳	۱/۳۷۵۷
۴	۱۴	۸	۱/۹۳۲۱	۱/۰۸۳۶
۴	۱۴	۱۰	۲/۷۳۸۸	۱/۳۲۵۳
۴	۱۴	۱۲	۳/۷۱۹۵	۱/۳۲۷۶
۴	۱۴	۱۴	۴/۵۴۱۲	۱/۳۸۵۳
۶	۸	۸	۳/۱۲	۱/۷۴۰۶
۶	۸	۱۲	۴/۴۷۶۸	۲/۰۶۶۷
۶	۸	۱۴	۵/۵۲۱۲	۲/۲۶۰۷
۶	۱۰	۸	۳/۲۶۴۶	۱/۷۹۶۵
۶	۱۰	۱۰	۳/۹۴۴۹	۱/۹۷۷۶
۶	۱۰	۱۲	۴/۸۹۸۶	۲/۱۸۲۸
۶	۱۰	۱۴	۶/۰۱۳۴	۲/۲۱۸۹
۶	۱۲	۸	۳/۴۰۲۳	۱/۸۵۰۲
۶	۱۲	۱۰	۴/۱۹۲۶	۲/۰۵۹۷
۶	۱۲	۱۲	۵/۲۹۵۸	۲/۲۸۷۵
۶	۱۲	۱۴	۶/۳۶۱۷	۲/۲۵۹۷
۶	۱۴	۸	۳/۵۳۳۷	۱/۹۰۱
۶	۱۴	۱۲	۵/۶۷۱۲	۲/۳۶۱۷
۶	۱۴	۱۴	۶/۶۹۰۲	۲/۲۹۵۱
۸	۸	۸	۵/۸۳۶	۲/۸۱۲۵
۸	۸	۱۰	۶/۴۱۸۴	۲/۹۳۷۷
۸	۸	۱۲	۷/۲۴۴۱	۳/۰۸۲۴
۸	۸	۱۴	۸/۲۴۰۹	۳/۱۷۰۴
۸	۱۰	۸	۵/۹۸۹۵	۲/۸۶۱۷



موردنظر در گام ۵۸۹ گزارش شده است که ضرائب وزن و بایاس حاصل از این گام مبنایی برای آموزش شبکه قرار خواهد گرفت.

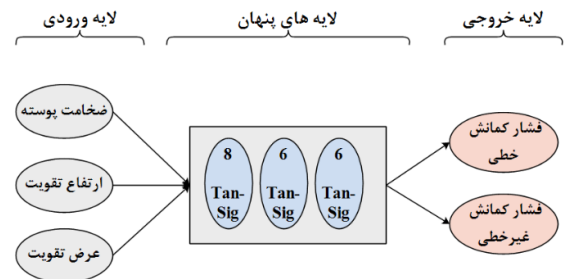


شکل ۱۲. رگرسیون شبکه عصبی آموزش داده شده



شکل ۱۳. مقایسه میزان خطای داده‌های آموزشی و ارزیابی

لازم به ذکر است که در حین آموزش شبکه، تعدادی از داده‌های حاصل از تحلیل پارامتریک مسئله برای بررسی صحت نتایج خروجی از شبکه مورد استفاده قرار می‌گیرد. جدول ۴ و شکل ۱۴ مقایسه این داده‌ها و نتایج پیش‌بینی شده توسط شبکه عصبی است که بیانگر دقت خوب شبکه عصبی آموزش داده شده است.



شکل ۱۱. شماتیک شبکه عصبی مورد استفاده در این تحقیق

در شکل ۱۲ نمودار رگرسیون شبکه عصبی آموزش داده شده برای پیش‌بینی فشار کمانش و پس کمانش پوسته استوانه‌ای نشان داده شده است. این نمودار بیانگر میزان یادگیری شبکه عصبی است. نمودار افقی نشانگر داده‌های واقعی و محور عمودی بیانگر مقادیری است که شبکه عصبی ارائه می‌دهد و خط  $y = x$  روری این داده‌ها برازش می‌شود که میزان برازش بیانگر دقت یادگیری شبکه عصبی است.

در حقیقت روال آموزش در شبکه‌های عصبی طوری است که کل مجموعه داده‌های مورد نیاز برای آموزش شبکه، به سه دسته تقسیم می‌شود. درصدی از داده‌ها در مجموعه آموزشی (برای آموزش شبکه)؛ درصدی در مجموعه ارزیابی در راستای جلوگیری از بیش‌برازش ۱۹ شبکه؛ و درصدی از داده‌ها هم در مجموعه تست برای بررسی کارایی شبکه نهایی مورد استفاده قرار می‌گیرد. همواره Epoch یا همان گام‌های آموزش شبکه (شامل انتخاب ضرائب وزن و بایاس‌ها) تا جایی ادامه می‌یابد که

(۱) مقدار خطای میانگین مربعات نهایی سیر نزولی داشته و به اندازه کافی کوچک باشد.

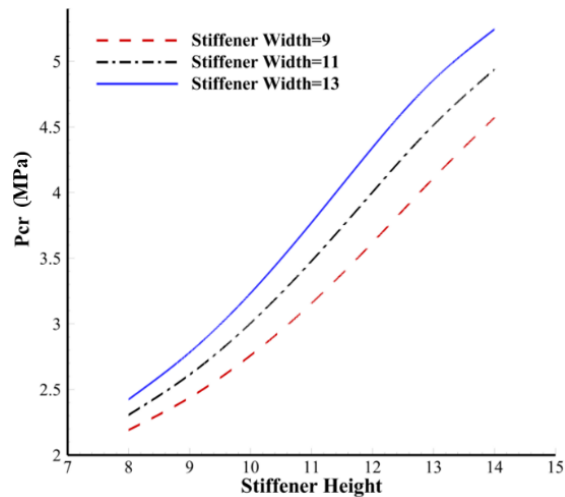
(۲) خطای مجموعه آزمایشی ۲۰ با خطای مجموعه ارزیابی، رفتار و خصوصیات مشابهی را از خود نشان دهند.

در این صورت است که به‌طور متقن می‌توان گفت که شبکه عصبی انتخاب شده دچار پدیده بیش‌برازش نشده است. در شکل ۱۳ رفتار همگرایی خطای مربوط به داده‌های آموزشی و ارزیابی باهم مقایسه شده است. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، نزدیک‌ترین تشابه رفتاری بین داده‌های آزمایشی و داده‌های ارزیابی توسط الگوریتم آموزشی

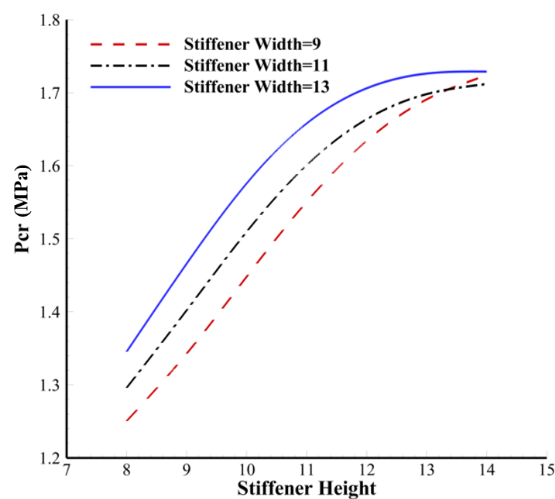
جدول ۴. فشار کمانش خطی و غیرخطی برای آزمایش شبکه

فشار کمانش غیرخطی (MPa)		فشار کمانش خطی (MPa)		ضخامت تقویت (mm)	عرض تقویت (mm)	ضخامت پوسته (mm)
پیش‌بینی شده	مقایسه شده	پیش‌بینی شده	مقایسه شده			
۱/۲۱۱۹	۱/۲۵۸۳	۲/۵۳۷۷	۲/۵۳۸۶	۱۰	۱۲	۴
۱/۳۰۱۴	۱/۳۱۰۳	۳/۶۰۵۴	۳/۶۹۰۴	۱۴	۸	۴
۱/۸۸	۱/۸۱۹۷	۳/۶۳۵۷	۳/۶۸۳۱	۱۰	۸	۶
۲/۰۶۶۳	۲/۱۳۴۱	۴/۳۸۵۴	۴/۴۲۷۹	۱۰	۱۴	۶
۳/۲۸۳۷	۳/۲۲۰۲	۸/۷۰۴۹	۸/۶۵۰۵	۱۴	۱۰	۸
۳/۲۱۳۱	۳/۲۶۲۶	۹/۰۰۹۲	۹/۰۳۹۹	۱۴	۱۲	۸

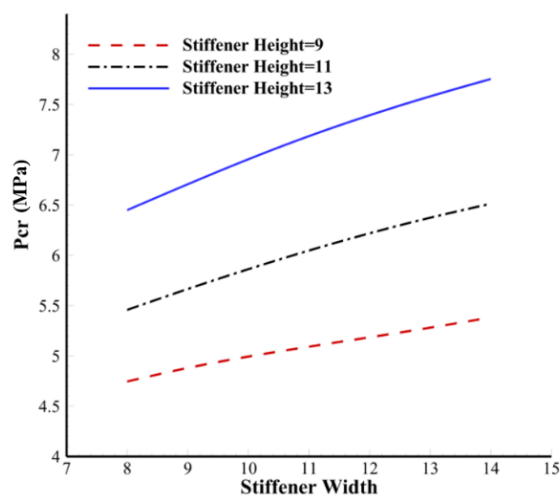
برای پوسته مخروطی با ضخامت ۷ میلی متر را به ترتیب در حالت خطی و غیرخطی نشان می دهند.



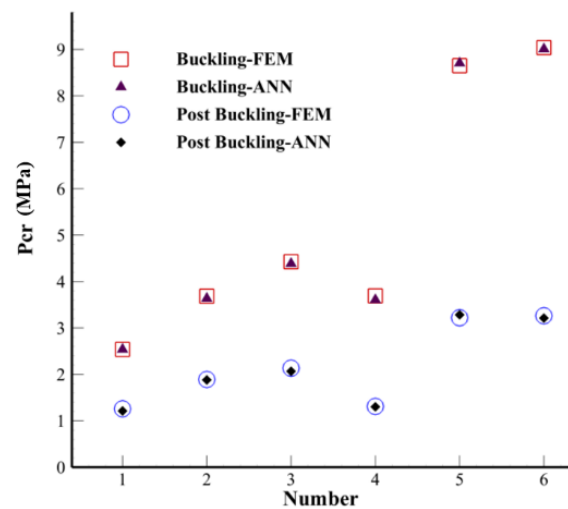
شکل ۱۵. پیش‌بینی رفتار کمانشی برای پوسته با ضخامت ۵ میلی متر



شکل ۱۶. پیش‌بینی رفتار پس کمانشی برای پوسته با ضخامت ۵ میلی متر



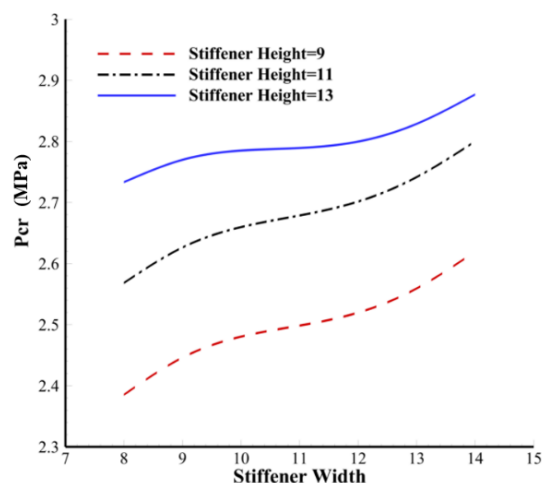
شکل ۱۷. پیش‌بینی رفتار کمانشی برای پوسته با ضخامت ۷ میلی متر



شکل ۱۴. مقایسه نتایج حاصل از شبکه عصبی با مقادیر واقعی فشار کمانش خطی و غیرخطی

از شبکه آموزش دیده می توان برای پیش‌بینی رفتار کمانشی و پس کمانشی در حالت های مختلف بهره برد. برای مثال در شکل ۱۵ به کمک شبکه عصبی آموزش داده شده و برای پوسته مخروطی با مشخصات هندسی معرفی شده در جدول ۲، رفتار کمانشی پوسته برای عرض و ضخامت های گوناگون تقویت ها پیش‌بینی شده است. در این نمودار ضخامت پوسته ۵ میلی متر است. همچنین شکل ۱۶ بیانگر رفتار پس کمانشی پوسته ای با ضخامت ۵ میلی متر است که برای ابعاد گوناگون تقویت ها با استفاده از شبکه عصبی به دست آمده است. برای سایر حالت ها نیز می توان چنین نمودارهایی استخراج نمود. شکل های ۱۷ و ۱۸ مقادیر بار بحرانی کمانش پیش‌بینی شده

- 1994 Apr 18-20; Hilton Head, SC, U.S.A. <https://doi.org/10.2514/6.1994-1339>.
- [3] Kendrick S. The buckling under external pressure of circular cylindrical shells with evenly spaced equal strength circular ring frames, Part I. Naval Construction Research Establishment; 1953. Rep. R211.
- [4] Teng JG, Song CY. Numerical models for nonlinear analysis of elastic shells with Eigen mode-affine imperfections. International journal of solids and structures. 2001 May 1;38(18):3263-80.
- [5] Song CY, Teng JG, Rotter JM. Imperfection sensitivity of thin elastic cylindrical shells subject to partial axial compression. International journal of solids and structures. 2004 Dec 1;41(24-25):7155-80.
- [6] Khelil A. Buckling of steel shells subjected to non-uniform axial and pressure loading. Thin-walled structures. 2002 Nov 1;40(11):955-70.
- [7] Kim SE, Kim CS. Buckling strength of the cylindrical shell and tank subjected to axially compressive loads. Thin-walled structures. 2002 Apr 1;40(4):329-53.
- [8] Khamlichi A, Bezzazi M, Limam A. Buckling of elastic cylindrical shells considering the effect of localized axisymmetric imperfections. Thin-Walled Structures. 2004;42: 1035-47.
- [9] Schneider W, Brede A. Consistent equivalent geometric imperfections for the numerical buckling strength verification of cylindrical shells under uniform external pressure. Thin-Walled Structures. 2005;43(2): 175-88.
- [10] Waszczyszyn Z, Bartczak M. Neural prediction of buckling loads of cylindrical shells with geometrical imperfections. International journal of non-linear mechanics. 2002 Jun 1;37(4-5):763-75.
- [11] Angelos P, Dimitrios E, Nikolaos M. Prediction of the collapse modes of PVC cylindrical shells under compressive axial loads using Artificial Neural Networks. Artificial Intelligence and Innovations. 2007; 247: 251-258.
- [12] Hasanzadehshooiili H, Lakirouhani A, Šapalas A. Neural network prediction of buckling load of steel arch-shells. Archives of civil and mechanical engineering. 2012 Dec;12:477-84.
- [13] Sheidaii MR, Bahraminejad R. Evaluation of compression member buckling and post-buckling behavior using artificial neural network. Journal of Constructional Steel Research. 2012 Mar 1;70:71-7.
- [14] Bilgehan M, Gürel MA, Pekgökgöz RK, Kısa M. Buckling load estimation of cracked



شکل ۱۸. پیش‌بینی رفتار پس کمانشی برای پوسته با ضخامت ۷ میلی‌متر

## ۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله روشی کارآمد برای ارزیابی رفتار کمانشی و پس کمانشی بدنه مخروطی شناورهای زیرسطحی تحت فشار خارجی ارائه شد. ابتدا به کمک مدل‌سازی در نرم‌افزار المان محدود و کدنویسی پایتون، فشار کمانشی و پس کمانشی برای پوسته‌های مختلف به دست آمد. سپس با استفاده از داده‌های حاصل و جعبه‌ابزار شبکه عصبی نرم‌افزار متلب، با انتخاب توابع آموزشی و انتقال مناسب، یک شبکه عصبی چندلایه برای پیش‌بینی رفتار کمانشی و پس کمانشی پوسته مخروطی ارائه شد. مقایسه‌ها و ارزیابی‌های انجام‌شده بیانگر دقت بالای این روش در کنار سرعت بالای آن است. بنابراین استفاده از شبکه‌های عصبی برای پیش‌بینی رفتار کمانشی و پس کمانشی پوسته مخروطی صرف‌نظر از مدت زمان هزینه شده برای استخراج ورودی‌های الگوریتم، باعث صرفه‌جویی قابل‌توجهی در زمان محاسبات می‌شود. در ادامه و در تحقیقات پیش رو می‌توان از این مدل برای توصیف رفتار بدنه‌های کامپوزیتی با لایه‌های مختلف استفاده نمود.

## مراجع

- [1] Lorenz R. Buckling of a Cylindrical Shell under Axial Compression. J. Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure. 1908; 52. (In German).
- [2] Koiter W, Elishakoff Y, and Starnes Jr. Buckling of an axially compressed imperfect cylindrical shell of variable thickness. 35th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference;

18. Feed Forward  
 19. Overfitting  
 20. Train

columns using artificial neural network modeling technique. Journal of Civil Engineering and Management. 2012 Aug 1;18(4):568-79.

- [15] Kumar M, Yadav N. Buckling analysis of a beam-column using multilayer perceptron neural network technique. Journal of the Franklin Institute. 2013; 350: 3188–204.
- [16] Sharifi Y, Tohodi S. Lateral-torsional buckling capacity assessment of web opening steel girders by artificial neural networks-elastic investigation. Frontiers of Structural and Civil Engineering. 2014; 8: 167-77.
- [17] Tohodi S, Sharifi Y. A New Predictive Model for Restrained Distortional Buckling Strength of Half-through Bridge Girders using Artificial Neural Network. KSCE Journal of Civil Engineering. 2015; 20: 1392-403.
- [18] Mallela UK, Upadhyay A. Buckling load prediction of laminated composite stiffened panels subjected to in-plane shear using artificial neural networks. Thin-Walled Structures. 2016 May 1;102:158-64.
- [19] Bonet J, Wood RD. Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis. 9nd Edition. Cambridge University Press; 2008.
- [20] Hagan MT, Demuth HB. Neural Network Design. PWS Publishing Company; 1996.
- [21] Ventsel E, Krauthammer T. Thin plates and shells: theory, analysis, and applications. CRC Press; 2001.

### پی نوشتها

1. Neural Networks
2. Girder
3. Equilibrium Path
4. Load-Deflection
5. Limit Points
6. Bifurcation Points
7. Riks
8. Tangent Stiffness
9. Newton-Raphson
10. Arc Length
11. Control Parameter
12. Proportional Loading
13. Back Propagation
14. Multilayer Perceptron Networks
15. Volmir
16. Norm
17. Mesh density