

## تخمین سرعت جریان با استفاده از تئوری آنژی و صحت سنجی با نتایج فلوم‌های آزمایشگاهی و داده‌های رودخانه‌های طبیعی

محمد رضا خلیل آبادی<sup>۱\*</sup>، شهاب‌الدین شجاعی زاده<sup>۲</sup>، قاسم دهقانی اشکذری<sup>۳</sup>

[khalilabadi@mut.ac.ir](mailto:khalilabadi@mut.ac.ir)

<sup>۱\*</sup> نویسنده مسئول، استادیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی هوادریا

[s.shojaezadeh@shirazu.ac.ir](mailto:s.shojaezadeh@shirazu.ac.ir)

<sup>۲</sup> دانشجوی دکترای مدیریت منابع آب، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه شیراز

[gh\\_deghani@mut.ac.ir](mailto:gh_deghani@mut.ac.ir)

<sup>۳</sup> استادیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی آمایش و پدافند غیرعامل

تاریخ پذیرش: ۹۸/۱۱/۰۵

تاریخ دریافت: ۹۸/۰۷/۱۷

### چکیده

تخمین توزیع سرعت یکی از مسائل مورد توجه در بررسی دینامیک آب در دریا و رودخانه است. در این مطالعه، با استفاده از تئوری آنژی و به کارگیری تابع توزیع تجمعی ارائه شده، در ابتدا معادله‌های ارائه شده اثبات شده و در نهایت صحت سنجی این روش پیشنهادی با داده‌های آزمایشگاهی و رودخانه‌ای انجام شده است. تئوری آنژی با ترکیب با توابع توزیع تجمعی می‌تواند به خوبی به بررسی روابط متقابل پدیده‌های فیزیکی که دارای یک بیشینه منحصربه‌فردند، پردازد. این تئوری از یک اصل کلی برای معادله بقای آنژی، که همانا بیشینه شدن آنژی در تمامی شرایط برای پایدار شدن سیستم‌های ترمودینامیکی است، استفاده می‌کند. به علاوه، با در نظر گرفتن سرعت به عنوان یک متغیر تصادفی به ارائه تابعی برای تخمین توزیع سرعت در فضای یک بعدی و دوبعدی ( $I \in R^2, R$ ) می‌انجامد. ترکیب تئوری آنژی شاخص عمومی در این تحقیق استفاده شده و با تابع توزیع تجمعی ارائه شده در این تحقیق ترکیب شده است. مقایسه روش پیشنهادی با روش‌های موجود تخمین توزیع سرعت نشان می‌دهد که روش ارائه شده در این تحقیق حساسیت کمتر و انعطاف پذیری بیش تری با پارامترها داشته و دقت قابل توجهی دارد. این روش برای تمامی حالت‌هایی که بیشینه سرعت روی سطح و زیر سطح باشد، قابل استفاده است.

واژه‌های کلیدی: آنژی، تخمین، توزیع سرعت، رودخانه، تابع توزیع تجمعی

آشفته و ترکیبی از این دو جریان باشد. این جریان‌ها به علل مختلفی روی داده که از این عوامل می‌توان به شکل

### ۱. مقدمه

جریان آب در رودخانه‌ها می‌تواند به صورت یکنواخت،

در روش های آماری موجود برای تخمین سرعت جریان، آنتروپی تیسالیس<sup>۳</sup> به عنوان یک روش معمول مورد استفاده قرار می گیرد [۹]. این روش با استفاده از آنتروپی تیسالیس و تابع تجمعی ارائه شده برای روش های یک بعدی و دوبعدی در منابع برای مقاطع دایره ای، دوزنقه ای و مستطیلی به کار گرفته شده است [۱۰]. این روش می تواند برای تخمین سرعت جریان با استفاده از روابط تجربی به دست آمده از نتایج آزمایشگاهی برای پارامترهای تخمین به تخمین توزیع سرعت به صورت یک بعدی و دوبعدی پردازد.

در تحقیق حاضر با استفاده از آنتروپی شاخص عمومی و ترکیب آن با قیود موجود آماری و فیزیکی رودخانه و همچنین ترکیب آن با تابع توزیع تجمعی ارائه شده در این تحقیق به تخمین پروفیل سرعت جریان هم به صورت یک بعدی و هم به صورت دوبعدی در رودخانه های متصل به دریا، رودخانه های طبیعی و همچنین صحت سنجی با استفاده از داده های آزمایشگاهی پرداخته شده است. روش های آماری توسعه یافته قبلی خطای بسیار زیاد و وابستگی شدید به ویژگی های جریان داشته به طوری که پارامترهای تخمین به شدت به ویژگی های گفته شده حساس بوده و وجود یک روش جدید با حساسیت کمتر پارامترها به ویژگی های جریان و توانایی مدل سازی دوبعدی با دقت بیشتر در مقاطع پیچیده در منابع احساس می شود. در نهایت نتایج به دست آمده از این تحقیق با نتایج روش تیسالیس مقایسه شده است. علت این قیاس استفاده گسترده این آنتروپی در منابع در این دست از مطالعات تخمین سرعت جریان است. نتایج روش حاضر از نظر دقت تخمین و حساسیت های پارامترهای تخمین به ویژگی های جریان در مقایسه با روش تیسالیس، منعطف تر و دقیق تر است.

## ۲. مواد و روش ها

به کارگیری تئوری آنتروپی در تخمین پروفیل سرعت جریان شامل گام هایی به شرح زیر است: (۱) معرفی آنتروپی و محدوده مورد استفاده (۲) اصل بیشینه سازی آنتروپی (۳) تعیین قیود هیدرولیکی و آماری (۴) بیشینه سازی آنتروپی با در نظر گرفتن قیود (۵) استخراج تابع توزیع احتمالاتی (۶) استخراج

رودخانه، شاخه های متصل به آن و حتی در سواحل تأثیر جزر و مد اشاره کرد [۱]. به طور کلی در رودخانه ها جریان به صورت آشفته بوده و به شدت تحت تأثیر جریان های ثانویه از قبیل جزر و مد و شکل بستر و در رودخانه های متصل به دریا تحت تأثیر دما، شوری و باد است [۲]. توزیع سرعت جریان در رودخانه از جنبه های متفاوتی قابل توجه است. به عنوان نمونه بررسی نرخ انتقال رسوب، میزان تشکیل دلتا در مصب های منتهی به دریا و آنالیز خسارت های ناشی از سرعت به سازه های موجود در سواحل اشاره کرد [۳].

به طور کلی روش های متعددی برای توزیع سرعت ارائه شده که اغلب این روش ها به صورت یک بعدی بوده و به صورت تجربی به دست آمده اند [۴]. این روش ها به طور کلی به دو دسته روش های توانی<sup>۱</sup> و روش های ارتفاع بستر تقسیم بندی می شوند [۵]. روش های توانی با در نظر گرفتن رابطه ای که سرعت را تابعی از عمق جریان در نظر گرفته و با فرض اینکه این سرعت همواره در سطح آب بیشترین بوده به صورت یک بعدی به تخمین پروفیل سرعت می پردازد. روش های دسته دوم که به روابط پرانتل فن کارمن<sup>۲</sup> شناخته می شوند، با استفاده از مشخصه ارتفاع بستر با در نظر گرفتن ثابت کارمن برابر  $0.42$  به تخمین پروفیل سرعت به صورت یک بعدی می پردازند [۴]. ثابت کارمن تابعی از غلظت رسوبات معلق، دمای آب و شکل بستر است. بنابراین با توجه به اینکه در رودخانه های ساحلی دما و شکل بستر بسیار پیچیده تر از رودخانه های دیگر است، تخمین سرعت در این نواحی به شدت به عوامل متعدد و با اهمیت وابسته است [۶].

روش های جدید ارائه شده در این حوزه شامل روابطی است که با استفاده از آنتروپی و به کارگیری آن ها با توابع توزیع تجمعی به تخمین سرعت با استفاده از بیشینه سرعت موجود و شکل بستر رودخانه و مسیل با دقت بسیار بالایی می پردازند [۷]. به علاوه، این روابط با کاهش نیاز به اطلاعات جزئی از قبیل دانه بندی بستر، دمای آب، شوری و غلظت رسوبات معلق و از طرفی با افزایش دقت تخمین به خوبی توانسته اند به تخمین جریان هم به صورت یک بعدی و هم به صورت دوبعدی پردازند [۸].

تابع توزیع تجمعی (۷) استخراج تابع تخمین پروفیل سرعت و (۸) تعیین پارامترهای مؤثر در تخمین. این گام‌ها به اختصار در ادامه توضیح داده می‌شوند.

## ۲-۲. اصل بیشینه سازی آنتروپی

اصل بیشینه‌سازی آنتروپی توسط جینز<sup>۶</sup> ارائه شد و از سوی بایکوف<sup>۷</sup> به صورت عام اثبات شد که در واقع با اصل لاپلاس<sup>۸</sup> کاملاً مطابقت دارد [۱۲-۱۴]. اصل بیشینه سازی آنتروپی ادعا می‌کند که با توجه به اطلاعات پیشین<sup>۹</sup>، تابع توزیع احتمال باید طوری باشد که آنتروپی را حداکثر ساخته تا بتواند بیشترین اطلاعات پسین<sup>۱۰</sup> را در نظر گرفته باشد (بزرگ‌ترین رخداد اتفاقی به عنوان بیشترین عدم قطعیت ممکن در داده‌های پیشین). به زبانی دیگر، برای یک مجموعه داده موجود، بهترین تابع توزیع احتمال زمانی حاصل می‌شود که تابع آنتروپی با توجه به قیود فیزیکی و آماری مسئله، بیشینه شود.

## ۲-۳. تعیین قیود هیدرولیکی و آماری

برای استفاده از اصل بیشینه سازی آنتروپی باید قیود فیزیکی و آماری را مشخص کرد. پس با توجه به موضوع مطالعه، در این تحقیق قیود فیزیکی از قیود هیدرولیکی موجود در جریان و قیود آماری از روابط پایه آماری ارائه می‌شوند. بنابراین، زمانی که مشاهدات سرعت در دسترس باشند، قیود گفته شده به شکل زیر ارائه می‌شوند.

$$\int_0^1 P(\bar{u}) d\bar{u} = 1 \quad (۳)$$

$$\int_0^1 \bar{u} P(\bar{u}) d\bar{u} = \bar{u}_m \quad (۴)$$

$$\int_0^1 \bar{u}^2 P(\bar{u}) d\bar{u} = \beta \bar{u}_m^2 \quad (۵)$$

$$\int_0^1 \bar{u}^3 P(\bar{u}) d\bar{u} = \gamma \bar{u}_m^3 \quad (۶)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، رابطه (۳) به عنوان رابطه پایه آماری به عنوان یک اصل نشان‌دهنده اجتماع احتمال رخداد تابع توزیع احتمال برابر یک است، زیرا تمامی متغیرهای تصادفی در نهایت برای یک اتفاق احتمالی رخ داده‌اند. روابط (۴) تا (۶) روابط پایه هیدرولیکی هستند که به ترتیب معادله‌های بقای جرم، مومنوم و انرژی هستند که در کانال

تابع توزیع تجمعی (۷) استخراج تابع تخمین پروفیل سرعت و (۸) تعیین پارامترهای مؤثر در تخمین. این گام‌ها به اختصار در ادامه توضیح داده می‌شوند.

## ۲-۱. معرفی آنتروپی و محدوده مورد استفاده

روابط متعددی برای آنتروپی ارائه شده که از این میان آنتروپی شانون<sup>۴</sup> از شاخص‌ترین آن‌هاست. در این مطالعه از آنتروپی شاخص عمومی که نمونه‌ای از آنتروپی قابل‌تعمیم شانون است، استفاده شده است. این تابع توسط شاروکس<sup>۵</sup> برای بررسی شاخص عدم مساوات درآمد در علوم اجتماعی استفاده شده است [۱۱]. تابع آنتروپی شاخص عمومی به شکل زیر تعریف می‌شود.

$$H(p_1, p_2, \dots, p_n) = \begin{cases} \frac{1}{\alpha(\alpha-1)} \sum_{i=1}^n p_i^\alpha & \alpha \neq 0, 1 \\ -\sum_{i=1}^n \ln(p_i) & \alpha = 0 \\ \sum_{i=1}^n p_i \ln(p_i) & \alpha = 1 \end{cases} \quad (۱)$$

که  $\alpha$  پارامتر درجه آزادی بوده و همواره از صفر بزرگ‌تر است. در زمانی که  $\alpha$  برابر یک باشد، آنتروپی حالت خاص آنتروپی شانون را نشان می‌دهد. در این جا  $n$  تعداد اتفاقات متفاوتی است که متغیر تصادفی در نظر گرفته می‌شوند و  $p_i$  احتمال رخداد این متغیرهای تصادفی برای هر  $i = 1, 2, \dots, n$  بوده و زمانی بیشینه است که احتمال رخداد تمامی متغیرهای تصادفی برابر باشد ( $p_i = \frac{1}{n}$ ) [۱۱]. حال با در نظر گرفتن سرعت متوسط زمانی به عنوان متغیر تصادفی که در رابطه (۱) برای زمانی که  $\alpha$  به عنوان درجه آزادی مدل مشخص نشده است، می‌توان رابطه زیر را به عنوان تابع توزیع احتمالی آنتروپی شاخص عمومی به صورت پیوسته ارائه داد.

$$H(\bar{U}) = \frac{1}{\alpha(\alpha-1)} \int_0^1 \{P(\bar{u})\}^\alpha d\bar{u} \quad (۲)$$

در رابطه بالا  $\bar{U}$  تابع احتمالاتی نسبت سرعت به سرعت بیشینه بوده که در هر متغیر تصادفی  $\bar{u}$  اتفاق افتاده است

## ۲-۵. استخراج تابع توزیع احتمالاتی

با استفاده از رابطه (۹) می توان تابع توزیع احتمالاتی را به شکل زیر به دست آورد.

$$P(\bar{u}) = \left( \frac{\lambda_1 + \lambda_2 \bar{u}}{1 - \alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} \quad (10)$$

در این رابطه،  $P(\bar{u})$  دارای دو ضریب نامشخص لاگرانژ است که می توانند از روابط (۳) و (۴) به دست آیند. حال با جایگذاری رابطه (۱۰) در رابطه (۳) و انتگرال گیری در محدوده تعیین شده، می توان رابطه زیر را به دست آورد.

$$\frac{1}{\lambda_2 \alpha} \left\{ [(1 - \alpha) \lambda_1]^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} - [(1 - \alpha)(\lambda_1 + \lambda_2)]^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \right\} = 1 \quad (11)$$

همچنین با جایگذاری رابطه (۹) در رابطه (۴) و انتگرال گیری در حدود مشخص شده، رابطه زیر به دست می آید.

$$\frac{1}{\lambda_2^2 \alpha (2\alpha - 1)} \left\{ (1 - \alpha) \lambda_1 [(1 - \alpha) \lambda_1]^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} - [(1 - \alpha)(\lambda_1 + \lambda_2)]^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} (\lambda_1 - \alpha \lambda_1 + \alpha \lambda_2) \right\} = \bar{u}_m \quad (12)$$

معادله های (۱۱) و (۱۲) یک سیستم معادله های دوتایی غیرخطی جبری را برای دو متغیر  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  نشان می دهد. این معادله با مشخص بودن  $u_{mean}$ ،  $u_{max}$  و  $\alpha$  قابل حل است.

## ۲-۶. استخراج تابع توزیع تجمعی

در این تحقیق، رابطه جدیدی نسبت به مطالعات گذشته برای تابع توزیع تجمعی ارائه شده است، که به طور خاص برای روابط آنتروپی بر پایه رابطه آنتروپی شاخص عمومی در تخمین سرعت ارائه شده است. به طور کلی توابع توزیع تجمعی به شکل محدوده مورد مطالعه وابسته هستند. استخراج یک تابع توزیع تجمعی باید قیود زیر را در نظر بگیرد.

- (۱) این تابع باید بین صفر و یک متغیر باشد؛
- (۲) این تابع باید پیوسته بوده و قابل مشتق گیری باشد؛
- (۳) این تابع باید در مرزها صفر بوده و تنها در یک نقطه بیشینه باشد (در این تحقیق در نقطه ای که سرعت بیشینه می شود).

باز می بایست پیوستار باشند ( $\bar{u}_m = \frac{u_{mean}}{u_{max}}$ ). در این روابط  $\beta$  و  $\gamma$  به ترتیب ضرایب توزیع مونتوم و انرژی هستند. بارب و همکاران نشان دادند که رابطه (۴) به عنوان قید هیدرولیکی به خوبی می تواند برای مواردی که داده های موجود قابل دسترس باشند، برای به دست آوردن توزیع سرعت، به عنوان تنها قید هیدرولیکی مورد استفاده قرار گیرد [۱۵].

## ۲-۴. بیشینه سازی آنتروپی با در نظر گرفتن قیود

به طور کلی، آنتروپی زمانی بیشینه می شود که تابع توزیع احتمال به صورت یکنواخت (گوسین) باشد. حال با توجه به اصل بیشینه سازی آنتروپی با بیشینه کردن آنتروپی با توجه به قیود بیان شده می توان تابع توزیع احتمال را تا حد ممکن به صورت یکنواخت به دست آورد. روش های متعددی برای بیشینه کردن وجود دارد و معمول ترین این روش ها که به خوبی توانایی بیشینه کردن توابع را با توجه به قیود دارد، روش ضرایب لاگرانژ است. البته با توجه به وجود انتگرال در روابط احتمال به دست آوردن رابطه صریح می تواند غیرممکن باشد [۱۶]. حال با در نظر گرفتن  $\bar{u}$  به عنوان متغیر تصادفی، تابع لاگرانژ به شکل زیر تعریف می شود.

$$L = H(\bar{u}) + \lambda_1 P(\bar{u}) + \lambda_2 \bar{u} P(\bar{u}) \quad (7)$$

که  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  ضرایب لاگرانژ هستند. حال با استفاده از مفهوم حساب تغییرات و در نظر گرفتن  $P(\bar{u})$  به عنوان متغیر وابسته و  $u$  به عنوان متغیر مستقل می توان از رابطه اویلر-لاگرانژ به شکل رابطه زیر استفاده کرد.

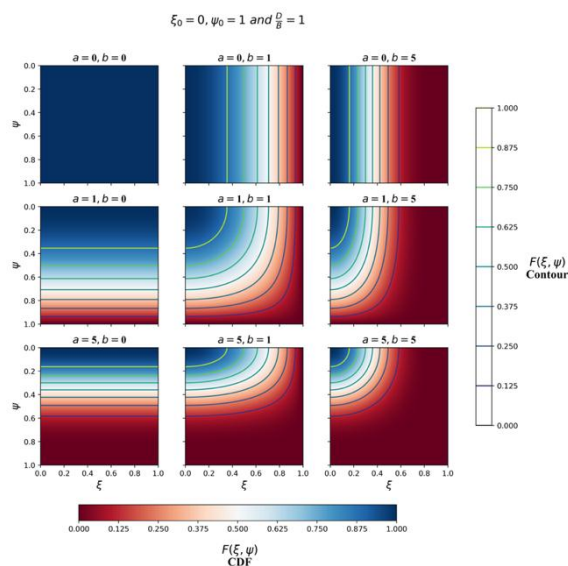
$$\frac{\partial L}{\partial P} = \frac{d}{d\bar{u}} \left( \frac{\partial L}{\partial P'} \right) \quad (8)$$

حال که  $u$  به عنوان متغیر مستقل تعریف شده،  $P'$  که مشتق رابطه  $P$  است، برابر واحد بوده و مشتق یک تابع نسبت به یک عدد برابر صفر است. پس در رابطه (۸) سمت راست رابطه برابر صفر است. بنابراین با استفاده از این رابطه و رابطه (۷)، تابع اویلر-لاگرانژ به شکل زیر است.

$$\frac{1}{\alpha - 1} [P(\bar{u})]^{\alpha-1} + \lambda_1 + \lambda_2 \bar{u} = 0 \quad (9)$$

تحت اثر دو پارامتر  $a$  و  $b$  به‌خوبی تأثیر زبری بستر و زبری دیواره را نشان می‌دهند.

در شکل ۲ زمانی که  $a = 0$  است، بستر جریان زبری نداشته و زمانی هم که  $b = 0$  باشد، مقدار تابع توزیع تجمعی برابر یک است. پس با افزایش توان‌های  $a$  و  $b$  به ترتیب در شکل ۲ از بالا به پایین و از چپ به راست، تأثیر زبری بستر و زبری دیواره افزایش می‌یابد. بنابراین زمانی که توان‌های  $a$  و  $b$  برابر بی‌نهایت باشند، تأثیر زبری بستر و زبری دیواره به بیشینه مقدار خود رسیده و مقدار تابع توزیع تجمعی برابر صفر است. این موضوع نشان می‌دهد که این تابع توزیع به‌خوبی می‌تواند تأثیر زبری بستر و دیواره را حتی زمانی که شکل بستر مشخص باشد ( $f(\xi)$ ) به دست آورده و تمامی این منحنی‌های هم‌مقدار به شکل توابع پتانسیل سرعت بوده و منحنی‌های هم‌مقدار زبری بستر و منحنی‌های هم‌مقدار سرعت بر هم متعامد<sup>۱۱</sup> هستند. در واقع زبری بستر به عنوان یک پارامتر نشان‌دهنده تغییر فشار بوده و نشان می‌دهد که پارامترهای مؤثر در این تابع توزیع تجمعی همان دو پارامتر فشار و سرعت جریان هستند زیرا با کاهش فشار، مقدار تأثیر زبری افزایش یافته و نشان می‌دهد که بستر و دیواره تا چه حد می‌توانند با کاهش فشار بر سرعت تأثیر بگذارند به صورتی که این دو شاخصه جریان همواره بر هم عمودند [۷].

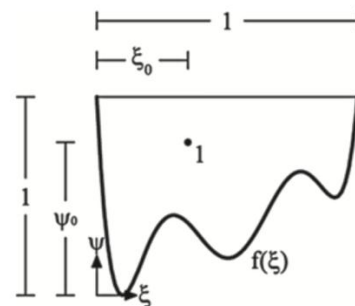


شکل ۲. منحنی‌های هم‌مقدار و مقادیر تابع توزیع تجمعی ارائه شده برای توان‌های متفاوت  $a$  و  $b$  در محل سرعت بیشینه

بنابراین شروط تابع توزیع تجمعی به شکل زیر ارائه می‌شود.

$$F(\bar{u}) = (1 - (\xi - \xi_0)^2)^b \left( 1 - \left( \frac{\psi - \psi_0}{f(\xi) - \psi_0} \right)^2 \right)^a \quad (13)$$

که  $\xi = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}}$  پارامتر بی‌بعد عرض،  $\psi = \frac{y - y_{min}}{y_{max} - y_{min}}$  پارامتر بی‌بعد ارتفاع و  $f(\xi)$  تابع ارتفاع بستر بی‌بعد است. در این رابطه پارامترهای بی‌بعد عرض و ارتفاع نرمال شده‌اند، تا تأثیر مقیاس عددی از روابط حذف شود. همچنین،  $\xi_0$  و  $\psi_0$  به ترتیب عرض و ارتفاع بی‌بعد نقطه سرعت بیشینه‌اند. در شکل (۱) می‌توان این شکل را به‌خوبی مشاهده کرد. این تابع به صورتی است که تمامی شروط یک تابع توزیع تجمعی را ارضا می‌کند. همان‌طور که مشاهده می‌شود تابع  $f(\xi)$  یک تابع بی‌بعد شکل بستر بوده و نشان‌دهنده شکل بستر به صورت یک تابع کلی است و می‌تواند برای رودخانه‌ها و شکل‌های بستر آزمایشگاهی مثل مربعی و دوزنقه‌ای نیز، مورد استفاده قرار گیرد.  $D$  برابر عمق کل و  $B$  برابر عرض کل هستند. البته به علت نرمال‌سازی اولیه، مقادیر  $D$  و  $B$  قبلاً لحاظ شده‌اند و تنها برای نمایش نسبت عرض و ارتفاع استفاده می‌شوند.



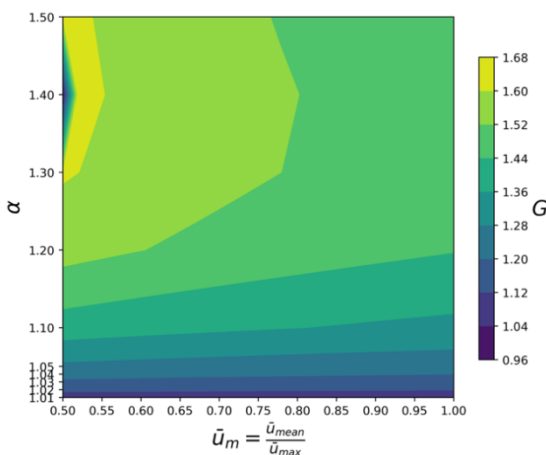
شکل ۱. فضای مقیاس شده برای استخراج تابع توزیع تجمعی [۱۷]

پارامترهای  $a$  و  $b$  پارامترهای کالیبراسیون بوده، که برای نمایش صحیح کانتورهای سرعت با در نظر گرفتن دو شرط هیدرولیکی برای این کانتورها هستند، به طوری که به ترتیب  $a$  پارامتر مؤثر زبری بستر و  $b$  پارامتر زبری دیواره است. در شکل ۲ می‌توان تأثیر این پارامترها را به‌خوبی مشاهده کرد (در این شکل‌ها عمق و عرض برابر و واحد بوده و شکل بستر برابر یک مربع است). همان‌گونه که مشاهده می‌شود، در یک هندسه مربعی از جریان، کانتورهای نشان‌دهنده جریان

حال با جایگذاری رابطه (۱۶) در دو رابطه (۱۱) و (۱۲)، می‌توانیم پارامترهای مؤثر در تخمین را با استفاده از حل دو معادله (۱۱) و (۱۲) به صورت یک سیستم معادلاتی به شکل زیر به دست آوریم.

$$\frac{G^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}(1-2\alpha+\alpha G)}{1-\bar{u}_m(1-\alpha)(2\alpha-1)(G-1)\left(1-G^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}\right)} = \left[\frac{1}{G^{1-\alpha}} \frac{1}{G-1} (1-\alpha)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \frac{1}{\alpha} \left(1-G^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}\right)\right]^{1-\alpha} \quad (17)$$

حال با توجه به رابطه (۱۷)، با مشخص بودن  $\alpha$  و  $\bar{u}_m$  می‌توان تغییرات  $G$  را در شکل (۳) مشاهده کرد. با افزایش  $\alpha$  مقدار  $G$  افزایش می‌یابد، اما با افزایش  $\bar{u}_m$  شیب افزایشی، کاهش پیدا می‌کند به طوری که نشان‌دهنده لزجت سیال متحرک است. این موضوع در قسمت بعدی توضیح داده شده است. پس با رابطه (۱۵) با افزایش مقدار  $G$ ، به دلیل آنکه این پارامتر به توان می‌رسد، تأثیر لزجت ( $\alpha$ ) با افزایش سرعت کاهش می‌یابد، زیرا در جریان‌های متلاطم نسبت سرعت میانگین به سرعت بیشینه کوچک‌تر بوده و نشان می‌دهد که افزایش لزجت باعث افزایش  $G$  و کاهش مقدار سرعت در آن ارتفاع می‌شود. البته با توجه به آنکه مقادیر نسبت سرعت میانگین به سرعت بیشینه در بیشتر پروفیل‌های سرعت مشاهده شده بیشتر از ۰/۵ بوده، شکل ۳ در محدوده بین ۰/۵ و ۱ برای این نسبت رسم شده است.



شکل ۳. محدوده تغییرات  $G$

## ۲-۷. استخراج تخمین پروفیل سرعت

حال برای به دست آوردن تابع سرعت، با قرار دادن تابع توزیع حجمی رابطه (۹) در رابطه (۲) و انتگرال‌گیری در محدوده مشخص، می‌توانیم توزیع سرعت را به شکل زیر محاسبه کنیم.

$$\bar{u} = \frac{u}{u_{max}} = \frac{\frac{1}{(1-\alpha)} \left\{ [\lambda_1(1-\alpha)]^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} - \lambda_2 \alpha F(\bar{u}) \right\}^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - \lambda_1}{\lambda_2} \quad (14)$$

حال با مشخص بودن ضرایب  $\alpha$ ،  $\lambda_1$ ،  $\lambda_2$  و  $u_{max}$  می‌توان توزیع سرعت را در کانال یا رودخانه به دست آورد. اما این پارامترها هنوز تعریف نشده و در بخش بعد کاملاً مشخص می‌شوند. همان‌طور که در رابطه (۱۳) مشاهده می‌شود این رابطه می‌تواند توزیع سرعت را هم به صورت یک بعدی و هم به صورت دوبعدی با استفاده از تابع توزیع تجمعی تعریف شده به دست آورد. این رابطه با ترکیب آنتروپی و تابع توزیع تجمعی، به صورتی که احتمال رخداد سرعت بیشینه برابر یک و میانگین سرعت را با توجه به قیود استفاده شده در بیشینه‌سازی، به صورت منحصر به فرد، می‌تواند توزیع سرعت در شکل بستر مورد نظر را به صورت یک توزیع سطحی نشان دهد.

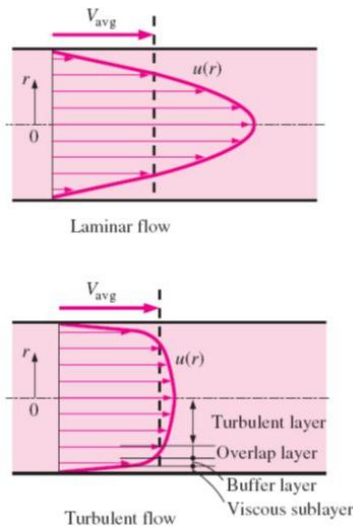
## ۲-۸. تعیین پارامترهای مؤثر در تخمین

برای ساده‌سازی رابطه (۱۴)، در ادامه به معرفی یک پارامتر بی‌بعد جدید به شکل زیر پرداخته می‌شود.

$$G = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1} \quad (15)$$

حال با جایگذاری این پارامتر بی‌بعد در رابطه (۱۴) می‌توانیم دو پارامتر  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  را در پارامتر بی‌بعد  $G$  خلاصه نمود و از تأثیر مقیاس آن‌ها در معادله کاست. بنابراین، رابطه (۱۴) به شکل زیر ساده می‌شود.

$$\bar{u} = \frac{u}{u_{max}} = \frac{\left[ 1 - \left( 1 - G^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \right) F(\bar{u}) \right]^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1}{G - 1} \quad (16)$$



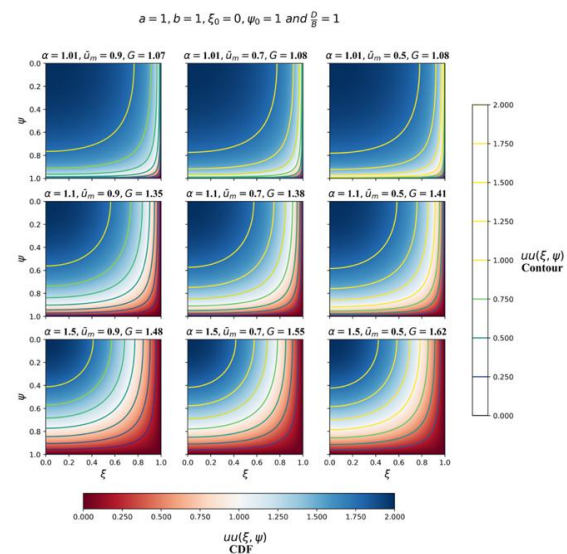
شکل ۵. پروفیل سرعت در تأثیر لزجت و مقدار  $\bar{u}_m$  متفاوت در لوله تحت فشار [۱۷]

### ۳. نتایج

#### ۳-۱. صحت‌سنجی با داده‌های آزمایشگاهی و رودخانه‌های طبیعی

در این روش با استفاده از نتایج آزمایشگاهی کولمن که شامل ۴۰ نتیجه آزمایشگاهی سرعت جریان در کانال مستطیلی است، به صحت‌سنجی نتایج به دست آمده از این روش می‌پردازیم [۱۸]. این آزمایش‌ها در کانالی به عرض ۳/۵۶ سانتی‌متر و طول ۱۵ متر و در طول ۱۲ متری این کانال انجام شده است. هدف از انجام این آزمایش‌ها، بررسی تأثیر رسوبات معلق بر سرعت جریان بوده به طوری که، تأثیر لزجت را بر پروفیل سرعت، نشان می‌دهد. هم‌چنین نتایج استفن که چندین آزمایش در آزمایشگاه و در محل رودخانه فاکس که شامل ۱۰۹ مقدار سرعت در عمق‌های متفاوت است، مورد استفاده قرار گرفته است [۱۸]. به علاوه، نتایج آزمایش‌های افضلی‌مهر و همکاران برای تخمین سرعت جریان در رودخانه قمسایب در کرمانشاه مورد بررسی قرار گرفته است [۱۹]. در نهایت، این روش برای داده‌های رودخانه دهانه رودخانه کلمبیا در اورگان و واشنگتن توسط استفن و همکاران برداشت شده است، مورد صحت‌سنجی قرار گرفته است [۲۰]. نتایج تخمین برای آزمایش‌های کولمن و رودخانه قمسایب با نتایج یک روش آنتروپی دیگر با نام تیسالیس<sup>۱۲</sup> مقایسه شده است. در ادامه، نتایج این تخمین به ترتیب ارائه

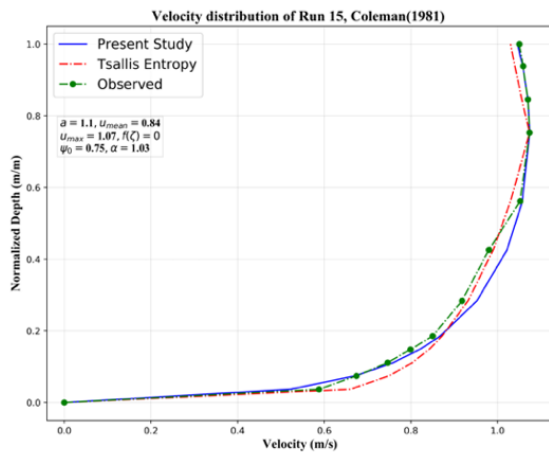
در شکل ۴ می‌توان تأثیر لزجت ( $\alpha$ ) را مشاهده نمود. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، با افزایش  $\alpha$ ، لزجت جریان با ثابت بودن زبری بستر و زبری دیواره، افزایش یافته و محلی که سرعت بیشینه است به علت لزجت کوچک‌تر می‌شود. اما با کاهش نسبت سرعت میانگین بر سرعت بیشینه مشخص می‌شود که این ضریب لزجت بیشتر بر سرعت‌های بالا تأثیر گذاشته و منحنی‌های هم‌مقدار سرعت بالا را به یکدیگر و بستر و دیواره نزدیک‌تر می‌کند. در واقع این پارامتر نشان‌دهنده تأثیر لزجت بر منحنی‌های هم‌مقدار سرعت در عرض و عمق جریان هستند. این موضوع را در جریان لوله به عنوان نمونه در شکل ۵ به خوبی می‌توان مشاهده کرد. همان‌طور که در شکل ۵ دیده می‌شود با افزایش ارتفاع لایه مرزی (تحت تأثیر لزجت)، سرعت بیشینه در نقطه‌ای کوچک‌تر تمرکز می‌کند، اما با کاهش نسبت سرعت میانگین به سرعت بیشینه، نشان می‌دهد که تأثیر لزجت بر روی سرعت‌های بالا بسیار بیشتر است.



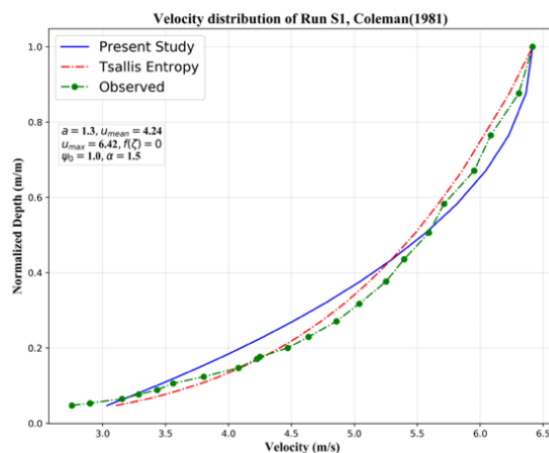
شکل ۴. کانتورها و مقادیر سرعت ارائه شده برای مقادیر متفاوت  $\alpha$ ،  $\bar{u}_m$  و  $G$

نظر گرفتن روابط با اعداد ثابت (جدول ۲) توانسته با دقت بسیار مشابه نتایج را بازسازی کند.

در آزمایش کولمن بدون ذرات معلق، تخمین سرعت با دقت زیادی انجام شده و از روش تیسالیس دقیق تر است (جدول ۱). در این حالت عدد رینولدز جریان برابر ۸۴۶۰ بوده که به عنوان یک جریان متلاطم ولی با شدت کمتری نسبت به جریان همراه با رسوب در آزمایش های کولمن شناخته می شود. علت این موضوع در نظر گرفتن پتانسیل جریان و همخوانی این جریانات با تئوری پتانسیل است. در این آزمایش، روش تیسالیس به علت در نظر گرفتن تنها پارامترهای جریان و کالیبراسیون تنها با این پارامترها دقت کمتری نسبت به روش پیشنهادی در این مطالعه دارد.



شکل ۶. مقایسه نتایج به دست آمده از روش ارائه شده و روش تیسالیس در آزمایش بدون ذرات معلق رسوب کولمن



شکل ۷. مقایسه نتایج به دست آمده از روش ارائه شده و روش تیسالیس در آزمایش با ذرات معلق رسوب کولمن

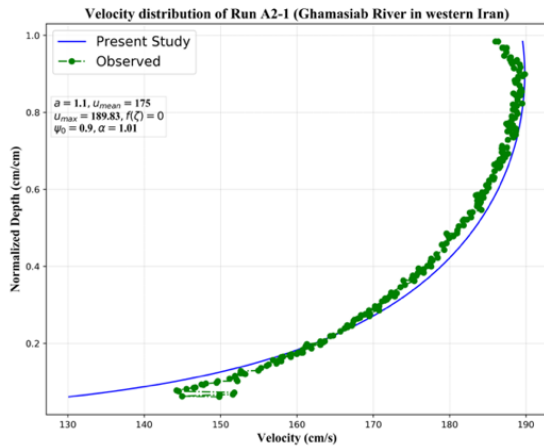
شده است. رودخانه کلمبیا نیز به عنوان یک رودخانه ساحلی حائز اهمیت بوده و برای بررسی سرعت جریان در تأثیر جزر و مد مورد مطالعه قرار گرفته است.

### ۲-۳. نتایج آزمایش کولمن ۱۳

در این مطالعه نتایج آزمایش کولمن با توجه به دقت مناسبی که دارد، در منابع مورد استفاده قرار می گیرد [۸،۱۰،۲۱،۲۲]. نتایج آزمایش کولمن در شکل ۶ و ۷ نشان داده شده است. در این دو آزمایش عمق جریان برابر ۱۷۲ و ۱۶۳ میلی متر است. در این شکل به خوبی پارامترهای روش حاضر تعیین شده اند که برای تمامی آزمایش ها در نهایت مورد بررسی قرار گرفته اند. همان طور که مشاهده می شود نتایج تخمین پروفیل سرعت در آزمایش های کولمن با نتایج آزمایشگاهی همخوانی بسیار خوبی دارد. اما در آزمایش هایی که غلظت رسوبات معلق در جریان زیاد است (شکل ۷)، علت این دقت کمتری نسبت به نتایج روش تیسالیس دارد. علت این موضوع وجود تنش برشی متفاوت به علت وجود رسوبات معلق و در نتیجه تغییر حالت پروفیل سرعت به علت تفاوت غلظت آب است. با این حال روش حاضر توانسته با دقت بسیار خوبی نتایج را تخمین زند (جدول ۱). دلیل بعدی می تواند سرعت بسیار بالای جریان و متلاطم شدن شدید جریان در نزدیک بستر باشد که تأثیر ویسکوزیته بسیار کمتر شده و بیشتر تحت تأثیر جریان متلاطم است به طوری که عدد رینولدز<sup>۱۴</sup> که کولمن ارائه داده است برابر با ۳ میلیون است که نشان می دهد جریان به شدت متلاطم بوده (جریان متلاطم از رینولدزهای بیشتر از ۴۰۰۰) و تنها تحت تأثیر پارامترهای جریان نیست و به طور کلی اغتشاش شدید باعث بروز جریان های ثانویه می شود و در واقع تئوری پتانسیل جریان دستخوش تغییر قرار می گیرد. با این حال با توجه به در نظر گرفتن پیچیدگی جریان دقت تخمین بسیار بالاست. علت پیش بینی بهتر روش تیسالیس در نظر گرفتن ضرایب آنتروپی با کالیبر کردن دقیق با نتایج است و تنها با داشتن داده های سرعت میانگین می تواند این پارامترها را تشخیص دهد و به شدت به این پارامترها حساس است. اما روش حاضر با در



### ۳-۳. نتایج رودخانه فاکس<sup>۱۵</sup>



شکل ۸ تخمین سرعت در رودخانه فاکس

### ۳-۴. نتایج رودخانه قماسیب<sup>۱۷</sup>

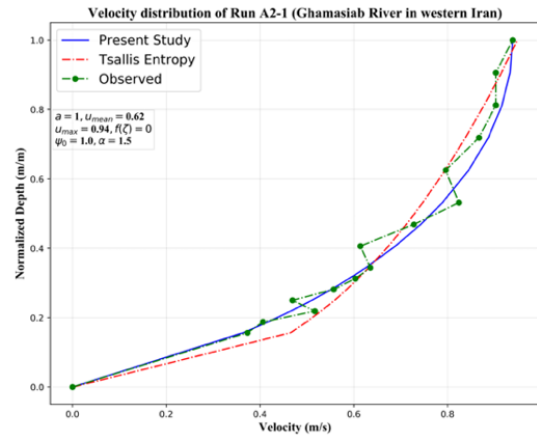
این داده‌ها از داده‌های طبیعی رودخانه قماسیب در کرمانشاه ایران است که توسط افضل‌ی مهر برداشت شده است [۱۹]. این داده‌ها برای به دست آوردن رابطه‌ای بین تنش برشی بستر و سرعت جریان در رودخانه مورد مطالعه قرار گرفته است. در ادامه نتایج دو آزمایش آن‌ها با مقایسه با روش تیسالیس مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج این تخمین در شکل ۹ و ۱۰ نشان داده شده و در جدول نهایی مقایسه روش‌ها، با خطاهای به دست آمده مقایسه شده است. این رودخانه با عمق جریان‌های ۰/۲ و ۰/۵ به ترتیب در شکل‌های ۹ و ۱۰ و همچنین به ترتیب عرض‌های ۸ و ۱۰ متر دارای جریان‌هایی به شکل جریان در کانال‌های مستطیلی بوده و به همین دلیل با نتایج روش تیسالیس مورد مقایسه قرار گرفته است. همان‌طور که از نتایج مشخص است، روش ارائه شده در این تحقیق به خوبی توانسته نتایج موجود را تخمین زند.

برای نشان دادن تأثیر عمق جریان بر پروفیل سرعت، آزمایش‌های جامعی روی رودخانه فاکس صورت پذیرفته است [۱۸]. برای بررسی تأثیر عمق بر تنش برشی جریان به تعداد ۱۰۹ ارتفاع داده برداری سرعت برداشت شده و نتایج سرعت با دقت بسیار خوبی ارائه شده است که در منابع به‌طور پیوسته مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲۳، ۲۴]. عرض رودخانه فاکس در مقطع برداشت داده‌ها برابر با ۶۰۰ متر و عمق آن برابر ۲ متر است، طوری که یک جریان آب کم‌عمق<sup>۱۶</sup> وجود دارد. نتایج این تخمین در شکل ۸ نشان داده شده است. البته این رودخانه در نزدیکی ساحل بوده و جریان جزر و مد بر آن تأثیرگذار است. اما به علت آنکه تأثیر جزر و مد در این نقطه از رودخانه که فاصله ۵ کیلومتری تا ساحل را دارد باعث شده که تأثیر جزر و مد کاهش یافته تا بتوان پروفیل سرعت را به صورت یک‌بعدی به دست آورد. این داده‌ها در وسط رودخانه در مسیر مستقیم رودخانه برداشت شده‌اند. نتایج این تخمین بسیار دقیق بوده طوری که روش تیسالیس به علت خطای بالا توانایی تخمین این پروفیل سرعت را ندارد. علت این موضوع وجود جریان‌های جزر و مدی هرچند بسیار کم بر سرعت جریان بوده ولی به علت آنکه این گونه جریان‌ها از جریان‌های پتانسیل پیروی می‌کنند در مدل‌سازی روش ارائه شده قابل تخمین هستند اما در روش تیسالیس به علت کالیبراسیون تنها با داده‌های موجود و استفاده از یک تابع توزیع تجمعی که تنها سرعت جریان را در یک قسمت از پروفیل دوبعدی (در یک محل از مقطع) به صورت ثابت می‌گیرد، نمی‌تواند به درستی به تخمین سرعت پردازد. به‌طور کلی روش تیسالیس با نتایج آزمایشگاهی به علت کوچک بودن مقطع جریان و محدودیت موجود در این نوع آزمایش‌ها همخوانی بهتری داشته و با نتایج در محل مطابقت کمتری دارند. در ادامه برای رودخانه قماسیب می‌توان این موضوع را به خوبی مشاهده کرد.

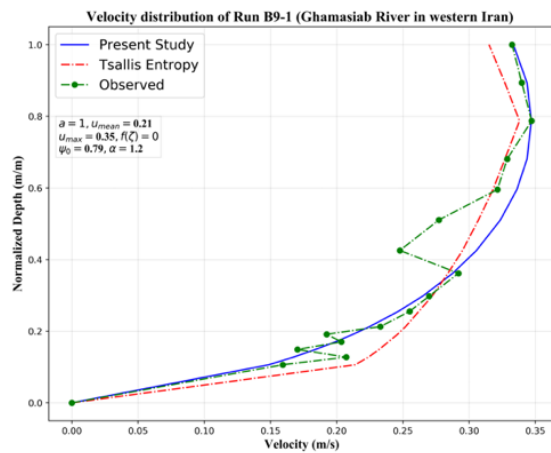
خطاهای موجود در داده برداری و پروفیل سرعت توانسته نتایج سطحی را هم بهتر از روش تیسالیس محاسبه کند. بنابراین، این روش با توجه به جدول ۱ توانسته نتایج بهتری به صورت کلی نسبت به روش تیسالیس ارائه دهد. در ادامه به بررسی دوبعدی جریان در یک رودخانه در مصب دریا پرداخته شده است. در ادامه به علت ناتوانی روش تیسالیس در تخمین جریانات، نتایج روش حاضر ارائه شده است.

### ۳-۵. نتایج رودخانه کلمبیا<sup>۱۸</sup>

این رودخانه در ایالت ویسکانسین آمریکا قرار دارد و با توجه به ویژگی‌های منحصر به فردی که دارد مورد بررسی قرار گرفته است. عرض این رودخانه در محل تلاقی با اقیانوس آرام، حدود ۱/۵ کیلومتر است. از طرفی این رودخانه تحت تأثیر جزر و مد بوده و از این نظر مورد مطالعه قرار گرفته تا تأثیر جریان جزر و مد را بر روی سرعت جریان بررسی کند. این رودخانه به صورت یک بعدی به علت تأثیرات شدید جزر و مد نمی‌تواند به خوبی با این روش و روش‌های دیگر هیدرولیک مقایسه شود، اما به صورت دوبعدی می‌تواند سرعت را به صورتی نمایش دهد که سرعت‌های در طول جریان بدون در نظر گرفتن سرعت‌های منفی تحت تأثیر جریان جزر و مد چطور تغییر می‌کند. پس در این رودخانه تخمین توزیع سرعت به صورت دوبعدی انجام شده است. نتایج این تخمین در شکل ۱۱ نشان داده شده است [۱۹]. در این رودخانه با توجه به دوبعدی بودن جریان و متفاوت بودن شکل بستر که به صورت یک تابع درجه ۴ است، روش‌های معمول در مدل‌سازی به صورت یک بعدی به تخمین سرعت می‌پردازند. از این حیث روش حاضر توانایی تخمین سرعت در این نوع رودخانه‌ها و به علت وجود مقاطع پیچیده و عمومی بودن تابع بستر در رابطه تابع توزیع تجمعی ارائه شده، به صورت دوبعدی را داشته و می‌تواند به خوبی و با دقت بسیار خوبی سرعت در جریان‌های نزدیک به سطح و نزدیک بستر را تخمین بزند. این داده‌ها با داده‌های آکوستیک<sup>۱۹</sup> برداشت شده و به علت تداخل امواج در نزدیکی بستر توانایی محاسبه سرعت در این نواحی را ندارد. اما روش حاضر با توجه به ویژگی رودخانه و



شکل ۹. مقایسه نتایج به دست آمده از روش ارائه شده و روش تیسالیس در رودخانه قماسیب در آزمایش (A2-1)



شکل ۱۰. مقایسه نتایج به دست آمده از روش ارائه شده و روش تیسالیس در رودخانه قماسیب در آزمایش (B9-1)

به طور کلی روش حاضر توانایی تخمین سرعت در کانال‌های مستطیلی و مربعی را دارد ولی روش تیسالیس در رودخانه عریض و جریان کم عمق توانایی تخمین کمتر و گاهی عدم توانایی را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۹ مشاهده می‌شود روش حاضر به خوبی توانسته نتایج را با دقت زیادی نسبت به روش تیسالیس ارائه داده و با تخمین بهتر سرعت با استفاده از آنتروپی معرفی شده و تابع توزیع تجمعی ارائه شده، در عین حال حساسیت پارامترهای مدل به تخمین را کاهش دهد. در شکل ۱۰ این موضوع به خوبی برای سرعت‌های پایین جریان در محدوده ۰ تا ۰/۴ متر از عمق کل توانسته سرعت جریان را تخمین زده و در مقایسه با روش تیسالیس دقت زیادی دارد. اما در سرعت‌های بالا با توجه به

از طرفی ویژگی حائز اهمیت این روش، نیازمندی کم روش به داده‌های برداشت شده است که تنها با استفاده از محدوده ضرایب تعیین شده در جدول ۲ به صورت خودکار به تخمین سرعت به شکل یک‌بعدی و دوبعدی تنها با سه پارامتر شاخص جریان مثل سرعت بیشینه جریان، محل سرعت بیشینه و شکل سطح مقطع جریان می‌پردازد و به خوبی توزیع سرعت را تخمین بزند.

#### ۴-۱. اندازه‌گیری خطا

برای بررسی دقت نتایج به دست آمده با داده‌های مشاهداتی از دو پارامتر اندازه‌گیری خطا  $R^2$  و  $RMSE$  که روابط آن در معادله‌های زیر داده شده است، استفاده شده است.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{u}_{obs} - \hat{u}_{est})^2} \quad (18)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{u}_{obs} - \hat{u}_{est})^2}{\sum_{i=1}^n (\hat{u}_{obs} - \bar{u}_{obs})^2} \quad (19)$$

$$\bar{u}_{obs} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{u}_{obs}$$

که در آن‌ها،  $u_{obs}$  مقادیر سرعت مشاهده شده و  $\hat{u}_{est}$  نتایج سرعت تخمین زده شده است.  $\hat{\quad}$  نمایانگر میانگین پارامتر مربوطه است.

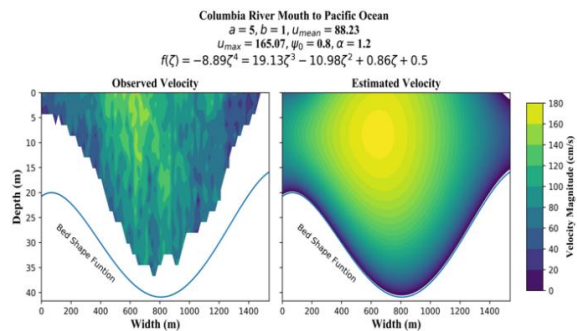
#### ۴-۲. تعیین پارامترهای تخمین

حال با توجه به نتایج کسب شده از شکل‌های ۶-۱۱ و جدول ۱ می‌توان نتایج زیر را برای محدوده پارامترهای تخمین ارائه داد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در تمامی حالت‌ها نتایج مدل پیشنهادی از مدل تیسالیس بهتر بوده ولی در آزمایش S1 کولمن نتیجه آنتروپی تیسالیس بهتر است. علت آن حجم رسوبات معلق زیادی است که در جریان موجود بوده و روش حاضر نیاز دارد تا سطح بستر را به شکل دقیق مشخص کند و چون این نتایج شامل ارتفاع رسوبات بستر نبوده روش حاضر نتوانسته به خوبی نتایج سرعت را بازسازی کند.

جدول ۱. مقایسه نتایج به دست آمده تخمین سرعت

Data	Tsallis Entropy		GIE Entropy	
	RMSE(m/s)	R <sup>2</sup>	RMSE(m/s)	R <sup>2</sup>
Coleman S1	۹/۰۲	۰/۸۹	۱۴/۰۵	۰/۸۶

سرعت جریان توانسته جریان را به خوبی تخمین زده و به طور کلی توزیع سرعت در جریان را در کل مقطع محاسبه کند. این تخمین در مقایسه با تخمین‌های یک‌بعدی انجام شده خطای بیشتری دارد ولی به علت دوبعدی بودن تخمین خطای قابل قبولی داشته و سرعت را در نواحی نزدیک به بستر به خوبی بازسازی می‌کند.



شکل ۱۱. تخمین سرعت در دهانه رودخانه کلمبیا

#### ۴. بحث و نتیجه‌گیری

با توجه به نتایج به دست آمده از تخمین سرعت در رودخانه‌ها و کانال‌های متفاوت و مقایسه آن با روش تیسالیس که در مدل‌سازی آماری سرعت در منابع مورد استفاده قرار می‌گیرد، روش حاضر دقت بیشتری داشته و حساسیت کمتری به پارامترهای تخمین دارد. از طرفی روش ارائه شده در این تحقیق توانایی تخمین پروفیل سرعت به شکل دوبعدی را دارد و می‌تواند با دقت خوبی این نتایج را بازسازی کند. پس روش ارائه شده در این تحقیق می‌تواند برای تخمین سرعت در مواقعی که داده‌های موجود برای تخمین کم بوده و پیچیدگی زیادی داشته باشند، را نیز تخمین زند. روش حاضر به طور کلی می‌تواند برای داده‌های موجود در آزمایشگاه و داده‌های رودخانه‌های طبیعی حتی در حضور جریان‌های جزر و مدی نیز مورد استفاده قرار گیرد. این روش با در نظر گرفتن توابع پتانسیل و تعریف سرعت جریان طبق این تئوری به طوری که در تابع توزیع تجمعی در نظر گرفته شده‌اند، می‌تواند توزیع سرعت را به شکل یک‌بعدی و دوبعدی در رودخانه‌ها و بسترهای آزمایشگاهی به خوبی و با دقت زیاد و در مقابل با حساسیت کمتر نسبت به روش‌های معمول و شاخص در منابع علمی به شکل آماری تخمین بزند.

(۵) با توجه به جدول ۱، نتایج این آزمایش به طور کلی از روش تیسالیس که در مراجع به عنوان روشی پایه برای تخمین در موارد مختلف از جمله تخمین توزیع سرعت بهتر عمل کرده است، نتایج قابل قبول تری دارد؛

(۶) روش ارائه شده در این تحقیق می تواند توزیع سرعت در جریان را به شکل یک بعدی و دوبعدی تنها به سه پارامتر شاخص جریان که شامل بیشینه سرعت، محل آن و شکل سطح مقطع است، تخمین بزند.

Coleman Run 15	۲/۰۹	۰/۸۷	۱/۰۴	۰/۹۴
Fox River	-	-	۹/۴۷	۰/۸۹
Ghamasib River Rub B9-1	۱/۱۵	۰/۸۴	۰/۴۵	۰/۹۱
Ghamasib River Run A2-1	۳/۲۱	۰/۸۸	۱/۶۷	۰/۹۵
Columbia River	-	-	۲۵/۹	۰/۸۸

در ادامه پارامترهای مؤثر در تخمین توزیع سرعت با توجه به نتایج به دست آمده از رودخانه ها و نتایج آزمایشگاهی در جدول ۲ داده شده اند. این پارامترها پیشنهادی بوده و ممکن است در تمامی موارد پاسخگو نباشد.

## ۶. فهرست علائم

$\hat{u}_{est}$	سرعت میانگین تخمین
$\bar{u}_m$	سرعت میانگین زمانی
$\hat{u}_{obs}$	میانگین سرعت مشاهداتی
$\bar{u}_{obs}$	میانگین سرعت مشاهداتی زمانی
$\hat{\quad}$	میانگین
$u_{max}$	بیشینه سرعت
$u_{mean}$	سرعت میانگین
$\lambda_1, \lambda_2$	ضرایب لاگراژ
$\xi_0$	عرض سرعت بیشینه
$\psi_0$	ارتفاع سرعت بیشینه
$a$	ضریب تأثیر زبری بستر
$b$	ضریب تأثیر زبری کف
$F$	تابع توزیع احتمال تجمعی
$f$	تابع شکل بستر
$G$	ضریب بی بعد
$H$	مقدار آنتروپی
$i$	شمارنده اتفاقات
$L$	تابع لاگراژ
$n$	تعداد اتفاقات
$p$	احتمال
$P$	تابع توزیع احتمال
$u$	سرعت
$\alpha$	ضریب توانی آنتروپی
$\beta$	ضریب توزیع مونتوم
$\gamma$	ضریب توزیع انرژی

جدول ۲. مقادیر پیشنهادی برای پارامترهای تخمین

Bed Shape	$\psi_0$	b	a	$\alpha$
Fine Grain	۰/۹-۱	۱	۱-۱/۵	۱/۰۱
	۰/۸-۰/۹	۱	۱/۱-۱/۵	۱/۰۲
	۰/۷-۰/۸	۱-۱/۵	۱-۲	۱/۰۳
	۰/۶-۰/۷	۱-۱/۵	۱-۲	۱/۰۴
	۰/۵-۰/۶	۱-۱/۵	۱-۲	۱/۰۵
Coarse Grain	-	>۱/۵	>۲	>۱/۱

## ۵. نتیجه گیری

نتایج زیر را می توان از این تحقیق به دست آورد.

(۱) در این مطالعه با استفاده از آنتروپی شاخص عمومی و ترکیب آن با تابع توزیع تجمعی ارائه شده، به خوبی توزیع سرعت جریان را می توان در رودخانه و فلوم های متفاوت آزمایشگاهی تخمین زد؛

(۲) تابع توزیع ارائه شده در این تحقیق به خوبی با روابط پایه مکانیک سیالات و هیدرولیک مطابقت داشته و توابع متعامد پتانسیل را به خوبی نشان می دهد؛

(۳) روش ارائه شده، پیچیدگی کمتری در مقابل روش های آنتروپی دیگر مانند تیسالیس داشته و حساسیت کمتری بر پارامترهای تابع توزیع احتمالی مانند  $G$  دارد؛

(۴) این مدل با نتایج آزمایشگاهی و رودخانه های متفاوتی از جمله رودخانه های دائمی در سطح زمین و رودخانه ساحلی مقایسه شده و به خوبی توانسته نتایج آن ها را بازسازی و مدل سازی کند؛

15;106(4):620.

- [13] Bajkova AT. The generalization of maximum entropy method for reconstruction of complex functions. *Astronomical and Astrophysical Transactions*. 1992 Mar 1;1(4):313-20.
- [14] Jaynes ET. An Intuitive Guide to the Concept of Entropy Arising in Various Sectors of Science. *Physical Review*. 1957;
- [15] Barbe DE, Cruise JF, Singh VP. Solution of three-constraint entropy-based velocity distribution. *Journal of Hydraulic Engineering*. 1991 Oct;117(10):1389-96.
- [16] Singh VP. Entropy theory in hydraulic engineering: an introduction. *American Society of Civil Engineers*;2014.
- [17] White FM. *Fluid Mechanics*. Eighth Edition. 2016. p.848.
- [18] Westenbroek SM. Estimates of shear stress and measurements of water levels in the Lower Fox River near Green Bay, Wisconsin. *Science investigation report*;2006.
- [19] Afzalimehr H, Rennie CD. Determination of bed shear stress in gravel-bed rivers using boundary-layer parameters. *Hydrological sciences journal*. 2009 Feb 1;54(1):147-59.
- [20] Stevens AW, Gelfenbaum G, MacMahan J, Reniers AJ, Elias EP, Sherwood CR, Carlson EM. Oceanographic measurements and hydrodynamic modeling of the mouth of the Columbia River, Oregon and Washington. *US Geological Survey data release*;2013.
- [21] Kumbhakar M, Ghoshal K. One-dimensional velocity distribution in open channels using Renyi entropy. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*. 2017 May 1;31(4):949-59.
- [22] Coleman NL. Effects of suspended sediment on the open-channel velocity distribution. *Water Resources Research*. 1986 Sep;22(10):1377-84.
- [23] He C, Nguyen D. Erodibility study of sediment in a fast-flowing river. *International journal of sediment research*. 2019 Apr 1;34(2):144-54.
- [24] Shivpure V, Sharm A, Kumar B. Comparison of bed shear stress in plane and curvilinear bed channel using multiple criteria. *Water resources*. 2016 Jan;43(1):79-85.

$\xi$

عرض بی‌بعد

$\psi$

ارتفاع بی‌بعد

## مراجع

- [1] Shojaezadeh SA, Amiri SM. Estimation of two-dimensional velocity distribution profile using general index entropy in open channels. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2018 Feb 1;491:912-25.
- [2] De Serio F, Mossa M. Streamwise velocity profiles in coastal currents. *Environmental fluid mechanics*. 2014 Aug 1;14(4):895-918.
- [3] Diplas P, Kuhnle R, Gray J, Glysson D, Edwards T. *Sedimentation Engineering: Processes, Measurements, Modeling, and Practice - Sediment Transport Measurements [Internet]*. 2008 [cited 2019 Mar 15]. p.307-53. Available from: <https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/9780784408148>
- [4] Xia R. Relation between mean and maximum velocities in a natural river. *Journal of Hydraulic Engineering*. 1997 Aug;123(8):720-3.
- [5] Vanoni V. *Sedimentation Engineering: Classic Edition*. p. ixii. 2006.
- [6] Takano K. On the Salinity and the Velocity Distributions off the Mouth of a River. *Journal of the Oceanographical Society of Japan*. 1954 Sep 25;10(3):92-8.
- [7] Chiu CL. Velocity distribution in open channel flow. *Journal of Hydraulic Engineering*. 1989 May;115(5):576-94.
- [8] Singh VP, Marini G, Fontana N. Derivation of 2D power-law velocity distribution using entropy theory. *Entropy*. 2013 Apr;15(4):1221-31.
- [9] Cui H, Singh VP. One-dimensional velocity distribution in open channels using Tsallis entropy. *Journal of Hydrologic Engineering*. 2014 Feb 1;19(2):290-8.
- [10] Cui H, Singh VP. Two-dimensional velocity distribution in open channels using the Tsallis entropy. *Journal of Hydrologic Engineering*. 2013 Mar 1;18(3):331-9.
- [11] Shorrocks AF. The class of additively decomposable inequality measures. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*. 1980 Apr 1:613-25.
- [12] Jaynes ET. Information theory and statistical mechanics. *Physical review*. 1957 May

## پی‌نوشت‌ها

1. Power-Law
2. Prandtl-von Karman

3. Tsallis
4. Shannon entropy
5. Shorrocks
6. Jaynes
7. Bajkova
8. Laplace principle
9. Prior information
10. Posterior information
11. Orthonormal
12. Tsallis Entropy
13. Coleman
14. Reynolds number
15. Fox river
16. Shallow water
17. Ghamasib river
18. Columbia river
19. Acoustic Doppler Current Profiler (ADCP)