

بازسازی تصاویر زیر آب با استفاده از روش ترکیبی فوریه-موجک

لاله رحیمی نژاد^{۱*}، سید علی اصغر عسکری^۲

lalerahimi@mut-es.ac.ir

aliaskari@mut-es.ac.ir

^{۱*} نویسنده مسئول، مجتمع دانشگاهی علوم کاربردی، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

^۲ مجتمع دانشگاهی علوم کاربردی، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

تاریخ پذیرش: ۹۸/۷/۸

تاریخ دریافت: ۹۸/۳/۱۲

چکیده

جذب و پراکندگی نور از سوی مولکول‌های آب یا ذرات معلق موجود در آن از مهم‌ترین عوامل کاهش کیفیت تصاویر تهیه شده در زیر آب هستند. همین امر باعث کاهش برد سامانه‌های تصویربرداری در زیر آب می‌شود. تاکنون از دو روش واپیچش-موجک و واپیچش فوریه برای بازسازی تصاویر مات و آغشته به نوفه تهیه شده در زیر آب استفاده شده است. با این وجود، کیفیت نتیجه حاصل از هر دو روش این روش‌ها بسیار حساس به نوفه است. روش ترکیبی واپیچش فوریه-موجک روش پردازش تصویری است که در آن به‌طور هم‌زمان از مزایای هر دو روش واپیچش-موجک و واپیچش فوریه به‌منظور بهبود کیفیت تصاویر استفاده می‌شود. در این مقاله از روش ترکیبی واپیچش فوریه-موجک برای بازسازی تصاویر شبیه‌سازی شده در زیر آب استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان‌گر قابلیت مناسب این روش ترکیبی برای بازسازی تصاویر زیر آب در مقایسه با هریک از روش‌های واپیچش-موجک و واپیچش فوریه به‌تنهایی است.

واژه‌های کلیدی: تصویربرداری زیر آب، واپیچش موجک، واپیچش فوریه، واپیچش فوریه-موجک.

۱. مقدمه

کیفیت تصویربرداری زیر آب از اهمیت و کاربرد ویژه‌ای در زمینه‌های مختلف نظامی، زیست‌شناسی، مهندسی سازه‌ها، خطوط انتقال نفت و ارتباطی زیر آب برخوردار است [۱-۴]. در حال حاضر از دستگاه‌های نوری و آکوستیکی متنوعی برای تصویربرداری زیر آب استفاده می‌شود. دستگاه‌های

آکوستیکی دارای برد کاری زیاد (چند صد متر) و تفکیک‌پذیری کمی هستند. از طرفی با استفاده از دستگاه‌های نوری امکان تهیه تصاویر با تفکیک‌پذیری بالا اما در فاصله محدود به چند متر وجود دارد. پراکندگی و جذب نور به وسیله مولکول‌های آب و ذرات معلق در آن، دو عامل مهم محدودکننده برد کاری دستگاه‌های تصویربرداری نوری

دقیق و واقعی تابع گسترش نقطه‌ای آب کمک شایانی به بازسازی مطلوب این دسته از تصاویر خواهد نمود. در این صورت نه تنها فرایند بازسازی تصاویر بسیار سریع‌تر خواهد بود، بلکه امکان پیش‌بینی و تصحیح عملکرد دستگاه‌های تصویربرداری زیر آب نیز وجود دارد. تاکنون گروه‌های متعددی هم از جنبه نظری و هم از لحاظ تجربی به مطالعه تابع گسترش نقطه‌ای آب برای شرایط متفاوت و فواصل متنوع پرداخته‌اند [۱۶-۱۸]. به لطف این تلاش‌ها هم‌اکنون مدل‌بندی‌های بسیار دقیقی برای تابع گسترش نقطه‌ای آب در اختیار داریم.

در غیاب نوفه و با در اختیار داشتن رابطه دقیق برای تابع گسترش نقطه‌ای، مسئله بازسازی تصویر به یک عملیات ساده واپیچش تبدیل می‌شود. در حالی که حضور نوفه شرایط را به مراتب پیچیده‌تر می‌سازد. در ساده‌ترین رهیافت، نوفه‌زدایی می‌تواند به عنوان یک مرحله مجزای پیش یا پس از محاسبه واپیچش انجام شود. در [۱۴] روش‌های مختلف کاهش نوفه در پردازش تصاویر زیر آب مورد مقایسه قرار گرفته و موجدک به عنوان یکی از ابزارهای بسیار مناسب در این زمینه معرفی شده است؛ اما از آنجا که عملیات واپیچش به‌طور غیرمستقیم به تقویت نوفه منجر می‌شود، در هر حال نتیجه کاربرد متوالی روش‌های واپیچش و نوفه‌زدایی موجدک، تصویر کم‌کیفیتی خواهد بود. تقویت نوفه در فرایند واپیچش به‌ویژه زمانی قابل توجه خواهد بود که تبدیل فوریه تابع گسترش نقطه‌ای (موسوم به تابع انتقال نوری^۴) دارای مقادیر بسیار کوچکی در ناحیه وسیعی از فرکانس‌های فضایی باشد. این درست همان شرایطی است که تابع انتقال نوری آب دارد.

در مرجع [۱۳] از روش واپیچش فوریه^۵ برای بازسازی تصاویر زیر آب استفاده شده است. هرچند این روش نسبت به واپیچش معمولی انتخاب مناسب‌تری محسوب می‌شود که با اجرای هم‌زمان (و نه متوالی) فرایندهای واپیچش و نوفه‌زدایی مشکل تقویت نوفه را تا حد زیادی تعدیل می‌کند، باین وجود حتی روش واپیچش فوریه نیز برای بازسازی تصاویر دارای نقاط تکینگی به نتیجه کاملاً مطلوبی نمی‌رسد. دلیل این امر توزیع انرژی تکینگی‌ها در گستره وسیعی از

محسوب می‌شوند [۵-۶]. به‌طور کلی، پراکندگی روبه‌جلوی نور باعث ماتی و پراکندگی روبه‌عقب باعث کاهش تباین و ایجاد نوفه بر تصویر تهیه‌شده از یک جسم در زیر آب شده و جذب با کاهش سطح سیگنال موجب پایین آمدن نسبت سیگنال به نوفه می‌شود. روش‌های سخت‌افزاری متنوعی همچون نوردهی مصنوعی به‌صورت ضربه‌ای یا پیوسته، استفاده از دوربین‌های گیت‌گذاری شده، اسکن خطی لیزری، استفاده از لیزرهای با مدولاسیون دامنه در فرکانس‌های رادیویی و تصویربرداری قطبشی از جمله راهکارهای مناسب برای افزایش برد کاری یک سیستم تصویربرداری نوری زیر آب به شمار می‌روند؛ اما نه تنها تهیه تجهیزات باکیفیت بالای تصویربرداری بسیار هزینه‌بر است، بلکه همواره عوامل پیش‌بینی‌نشده‌ای نیز وجود دارند که به کاهش کیفیت تصویر منجر می‌شوند. گذشته از این گاهی بازسازی تصویری مدنظر است که پیش‌تر و با استفاده از تجهیزات معمولی تهیه شده است و امکان تکرار تصویربرداری با تجهیزات بهتر نیز وجود ندارد. به همین دلیل همواره سعی شده در کنار پیشرفت ادوات سخت‌افزاری روش‌های نرم‌افزاری نیز در این زمینه بکار گرفته شده و توسعه داده شوند [۷-۱۴].

روش‌های نرم‌افزاری مورد استفاده در حوزه بازسازی تصاویر زیر آب را می‌توان به دو دسته تقسیم‌بندی نمود. روش‌هایی که فقط بر مشخصات خود تصویر تمرکز دارند [۷] و روش‌هایی که در آن‌ها به مشخصات نوری محیط تصویربرداری (آب) نیز توجه می‌شود [۸-۱۴]. در دسته دوم اغلب تصویر حاصل به‌صورت خروجی مات یک سیستم خطی ناوردای مکانی^۱ در نظر گرفته می‌شود که نوفه نیز به آن افزوده شده است [۱۵]. بدین ترتیب مات‌شدگی با استفاده از تابع گسترش نقطه‌ای آب^۲ مدل‌بندی می‌شود.

واپیچش کور^۳ راه‌حل مطلوبی برای بازسازی تصاویر در شرایط بدون تابع گسترش نقطه‌ای سیستم محسوب می‌شود. مرجع [۱۱] نمونه‌ای از بازسازی تصاویر زیر آب با استفاده از این روش است. همچنین همین گروه در [۱۲] مقایسه کاملی بین انواع روش‌های واپیچش کور به کاررفته برای بازسازی تصاویر زیر آب را انجام داده‌اند. باین وجود، مسلماً مدل‌بندی

همان طور که شکل ۱ نشان می‌دهد، در طی فرایند تصویربرداری درون آب تصور مختل نشده، f در اثر پیچش با تابع گسترش نقطه‌ای آب، h ، مات شده و تباین آن کاهش می‌یابد. سپس با افزوده شدن نوفه، m ، دچار اختلال بیشتری نیز می‌شود. نتیجه این اثرات تصویر مختل شده g است که در نهایت به وسیله آشکارساز دوبعدی دریافت می‌شود. کل این فرایند به صورت رابطه زیر مدل‌بندی می‌شود [۸، ۱۲ و ۱۳]:

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) + n(x, y) \quad (1)$$

که در آن علامت * نمایشگر عملگر پیچش است.

مسلماً دریافت حداکثر اطلاعات از تصویر دریافتی g زمانی امکان‌پذیر خواهد بود که بتوان با استفاده از فرایندهای مؤثر بازیابی واحد امکان آن را اصلاح و بازسازی نموده و تخمین به‌قدر کافی دقیقی از f را از روی آن به دست آورد. به‌طور کلی هدف نهایی هر فرایند بازیابی اجرای هم‌زمان نوفه‌زدایی و رفع ماتی تصویر، با اعمال اثر معکوس پدیده تخریب‌کننده تصویر است. در ادامه به مبانی نظری و نحوه عملکرد چهار روش بازیابی مختلف واپیچش معمولی، واپیچش-موجک، واپیچش فوریه و واپیچش فوریه-موجک خواهیم پرداخت.

۲-۱. روش واپیچش معمولی

در حوزه فرکانس رابطه (۱) به صورت ضرب ساده زیر درمی‌آید:

$$G(u, v) = F(u, v)H(u, v) + N(u, v) \quad (2)$$

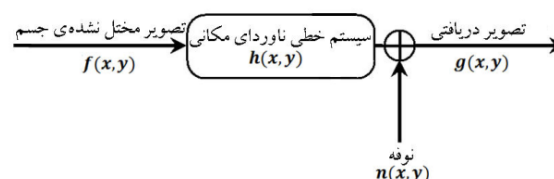
که در آن (u, v) فرکانس‌های فضایی و F, G, H و N به ترتیب تبدیل فوریه توابع f, g, h و n هستند. بدین ترتیب فرآیند واپیچش را می‌توان به سادگی و با محاسبه عکس تبدیل فوریه از حاصل تقسیم طرفین رابطه (۲) به تابع انتقال نوری آب، $H(u, v)$ ، انجام داد. فرایند واپیچش در حقیقت بازیابی تصویر با اعمال اثری عکس اثر پدیده خراب‌کننده تصویر بر آن است. با محاسبه واپیچش تخمینی از تصویر مختل نشده f به صورت رابطه (۳) حاصل می‌شود:

فضای فوریه است. در مورد تصاویر دارای تکنیکی استفاده از روش ترکیبی واپیچش موجک-فوریه راهکار بسیار مؤثرتر و مناسب‌تری است [۱۹]. با به‌کارگیری این روش ترکیبی در [۲۰] اثر مختل‌کننده شکل پالس لیزر CO_2 بر سیگنال دریافتی از دستگاه‌های لیداری کاهش یافته است. ضمن اینکه استفاده از این روش نرم‌افزاری نیاز به قطع‌کننده پلاسما را در این دستگاه‌ها رفع ساخته است. در [۲۱] از واپیچش موجک-فوریه برای افزایش وضوح مکانی یک حسگر دمایی رامان فیبر نوری استفاده شده است. بدین ترتیب تنها با استفاده از یک روش نرم‌افزاری مناسب و بدون نیاز به هیچ‌گونه تغییر سخت‌افزاری (کاهش پهنای پالس لیزر) عملکرد حسگر ارتقاء یافته است. همچنین تحقیقات انجام‌شده در [۲۲-۲۳] نشان می‌دهد که با به‌کارگیری این روش نرم‌افزاری وضوح تصاویر در تصویربرداری تباین فازی نیز ارتقاء می‌یابد.

با این وجود تا آنجا که بررسی‌های انجام‌شده نشان می‌دهد، تاکنون گزارشی مبنی بر استفاده از روش واپیچش موجک-فوریه برای بازسازی تصاویر زیر آب ارائه نشده است. در این مقاله از هر سه روش واپیچش موجک^۷، واپیچش فوریه و واپیچش موجک-فوریه برای بازسازی تصاویر شبیه‌سازی شده از یک جسم زیر آب استفاده شده و نتایج مربوط به آن‌ها با یکدیگر مقایسه شده‌اند. محاسبات انجام‌شده نشان‌دهنده قابلیت بازیابی مؤثر تصویر مختل‌نشده یک جسم زیر آب با استفاده از روش واپیچش موجک-فوریه است.

۲. مبانی نظری

تأثیر محیطی همچون آب بر تصویر دریافتی به وسیله آشکارساز را می‌توان با استفاده از نظریه دستگاه‌های خطی ناوردای مکانی مدل‌بندی نمود. شکل ۱ رهیافت این مدل‌بندی را به صورت طرح‌واره نشان می‌دهد.



شکل ۱. نمایش نحوه مدل‌سازی تأثیر آب به عنوان یک سیستم خطی ناوردای مکانی بر تصویر دریافتی به وسیله آشکارساز.

تبدیل موجک گسسته \hat{f} را می‌توان به صورت جملاتی از یک تابع دوبعدی موسوم به تابع مقیاس، $\varphi(x, y)$ ، سه تابع دوبعدی جهت‌دار موسوم به توابع موجک، $i = \{H_w, V_w, D_w\}$ نوشت. D_w, H_w, V_w به ترتیب متناظر با جهت‌های افقی، عمودی و قطری هستند. بدین ترتیب تخمینی از \hat{f} تا تفکیک پذیری J ام به صورت زیر نوشته می‌شود [۲۵]:

$$\hat{f}^J(x, y) = \sum_m \sum_n \sum_j W_\varphi^{j_0, m, n} \varphi_0(x, y) + \sum_{i=H_w, V_w, D_w} \sum_{j=j_0}^J \sum_m \sum_n W_\psi^{i, j, m, n} \psi_{j, m, n}^i(x, y) \quad (5)$$

که در آن $W_\varphi = \langle \hat{f}, \varphi_{j_0, m, n} \rangle$ ضرایب مقیاس و $W_\psi = \langle \hat{f}, \psi_{j, m, n}^i \rangle$ ضرایب موجک هستند. نسخه‌های مقیاس بندی شده و انتقال یافته پایه‌های مقیاس و موجک با $\varphi_{j, m, n}(x, y) = 2^{j/2} \varphi(2^j x - m, 2^j y - n)$ و $\psi_{j, m, n}^i(x, y) = 2^{j/2} \psi(2^j x - m, 2^j y - n)$ داده می‌شوند. به عبارت دیگر در فرایند تبدیل موجک، تصویر به یک زیرفضای (LL) حاوی کلیات تصویر و سه زیرفضای دیگر (HLj, HHj, LHj) به ازای $j = j_0, \dots, J$ حاوی جزئیات تصویر تجزیه می‌شود. انرژی نوفه بیش از تصویر مختل نشده در سه زیرفضای حاوی جزئیات توزیع می‌شود. بنابراین نوفه زدایی در حوزه موجک رامی‌توان به سادگی و تنها با استفاده از یک حد آستانه مناسب، λ_w روی زیر فضاها به انجام رساند. آستانه گذاری نرم روش مؤثری است که به صورت رابطه (۶) تعریف می‌شود:

$$W_\psi^i \cdot \lambda_{i, j}^w = \begin{cases} W_\psi^i - T_j & W_\psi^i > T_j \\ W_\psi^i + T_j & W_\psi^i < -T_j \\ 0 & |W_\psi^i| \leq T_j \end{cases} \quad (6)$$

که در آن T_j مقدار آستانه در تفکیک پذیری J است. مقدار مناسب آستانه را می‌توان با اساس اصل کمینه-بیشینه^۹، آستانه گذاری جهانی^{۱۰} یا برآورد مخاطره ناریب^{۱۱} تعیین نمود [۲۵].

همان‌طور که در بخش قبل نیز گفته شد، تقویت نوفه مهم‌ترین چالش فرایند واپیچش محسوب می‌شود. این مشکل به ویژه

$$\hat{f}(x, y) = \mathcal{F}^{-1} \left[\frac{G(u, v)}{H(u, v)} \right] = f(x, y) + \mathcal{F}^{-1} \left[\frac{N(u, v)}{H(u, v)} \right] \quad (3)$$

که در آن \mathcal{F}^{-1} عملگر عکس تبدیل فوریه است. البته به طور مشخص تنها در صورتی انجام محاسبات واپیچش امکان پذیر خواهد بود که تخمین دقیقی از تابع انتقال نوری آب را در اختیار داشته باشیم. در سال ۱۹۷۳ ولز و همکارانش یکی از ساده‌ترین مدل‌سازی‌ها برای تابع انتقال نوری آب را بر پایه تقریب پراکندگی زاویه کوچک ارائه دادند [۲۴]. مطالعات اخیر انطباق خوبی را بین تابع انتقال نوری ولز با نتایج حاصل از آزمایش‌ها و محاسبات دقیق اما سنگین مونت-کارلو نشان داده‌اند [۱۶-۱۸]. مدل ولز در واقع تقریب خطی معادله وابسته به زمان انتقال پرتو است که تابع انتقال نوری آب را به شکل زیر به دست می‌دهد:

$$H(\chi, R) = e^{\left[-cR + bR \left(\frac{1 - \exp(-2\pi\theta_0\chi)}{2\pi\theta_0\chi} \right) \right]} \quad (4)$$

که در آن R, χ, θ_0, c و b به ترتیب فاصله جسم تا سیستم تصویربرداری، فرکانس فضایی با واحد دوره بر رادیان، میانگین زاویه پراکندگی تک گانه^{۱۲}، ضریب افت و پراکندگی آب هستند. معادله ساده (۴) خواص ذاتی آب (c و b) را به تابع انتقال نوری آن (H) ربط می‌دهد.

آنچه که مشخص است، به ازای $n(x, y) = 0$ رابطه (۳) به تساوی $\hat{f}(x, y) = \mathcal{F}^{-1} \left[\frac{G(u, v)}{H(u, v)} \right] = f(x, y)$ منجر می‌شود. به عبارت دیگر در غیاب نوفه می‌توان از محاسبه واپیچش تصویر دریافتی و تابع گسترش نقطه‌ای آب به عنوان ابزار سریع و مؤثری برای بازیابی دقیق تصویر اصلی استفاده کرد. اما در شرایط واقعی نه تنها نمی‌توان از اثرات نوفه صرف نظر کرد، بلکه با توجه به جمله دوم سمت راست معادله (۳)، تقویت نوفه قابل توجهی نیز در فرکانس‌های زاویه‌ای که تابع انتقال نوری صفر یا دارای مقدار بسیار کمی است، اتفاق می‌افتد.

۲-۲. روش واپیچش - موجک

بازیابی تصویر را می‌توان در دو مرحله جداگانه واپیچش برای رفع ماتی و تبدیل موجک برای کاهش نوفه انجام داد.

در واقع این مقدار انتخاب شده برای پارامتر کاهش نوفه است که تعادل بین رفع ماتی و نوفه زدایی از تصویر را برقرار می کند. به طوری که به ازای مقادیر کم α تصویر بازیابی شده دارای مات شدگی مطلوب و البته سطح نوفه بالا خواهد بود، در حالی که به ازای مقادیر زیاد α تصویری نسبتاً مات اما با نوفه کم خواهیم داشت. با همه این اوصاف روش واپیچش فوریه انتخاب مناسبی برای بازسازی تصاویری با نواحی تکینگی، مانند تصاویر دارای لبه های متعدد، محسوب نمی شود.

۲-۴. روش ترکیبی واپیچش فوریه-موجک

روش واپیچش فوریه-موجک انتخاب مناسبی برای دستیابی به تصاویری با وضوح بالا و نوفه بسیار کم است. به طور کلی این روش متشکل از دو روش واپیچش فوریه و واپیچش-موجک به صورت متوالی است. بدین صورت که ابتدا از روش واپیچش فوریه با مقدار کم α به جهت رفع ماتی و از تبدیل موجک برای کاهش نوفه تصویر استفاده می شود.

الگوریتم پیاده سازی روش ترکیبی واپیچش فوریه-موجک به صورت زیر است:

- ۱) محاسبه تبدیل فوریه تصویر هدف g و محاسبه G/H
- ۲) محاسبه \hat{F}_{wi} از G/H با استفاده از پالایه H_{wi} مطابق رابطه (۷)
- ۳) محاسبه عکس تبدیل فوریه \hat{F}_{wi}
- ۴) محاسبه تبدیل موجک گسسته خروجی گام ۳
- ۵) حذف یا کاهش دامنه ضرایب موجک متعلق به نوفه مطابق رابطه (۶)
- ۶) محاسبه عکس تبدیل موجک برای به دست آوردن تخمین مناسبی از تصویر مختل نشده.

۳. نتایج شبیه سازی ها

در این بخش از مقاله به مقایسه عملکرد روش های واپیچش-موجک، واپیچش فوریه و واپیچش فوریه-موجک در بازیابی تصاویر زیر آب می پردازیم. به منظور افزایش سرعت محاسبات از تبدیل فوریه سریع به جای تبدیل فوریه گسسته استفاده می شود. همچنین به منظور انجام تبدیل موجک سریع

زمانی تشدید می شود که با یک تابع انتقال نوری بدرفتار (همچون محیط آب) سروکار داریم. بنابراین نتیجه روش واپیچش-موجک یا یک تصویر با نوفه شدید، مات شدگی کم یا تصویری با نوفه کم ولی مات است. به منظور تعدیل این مشکل، لازم است که مقدار نوفه ایجاد شده در حین فرایند واپیچش کاهش یابد. برای این منظور در ادامه به روش واپیچش فوریه می پردازیم.

۲-۳. روش واپیچش فوریه

حذف فرکانس های فضایی که در آن ها نوفه تقویت شده $(N(u,v)/H(u,v))$ از حد مشخصی بیش تر می شود، راه کاری است که از آن در روش واپیچش فوریه برای جلوگیری از مشکل تقویت نوفه استفاده می شود. پالایه کمینه میانگین مربعات یا وینر^{۱۲} انتخاب مناسبی برای این منظور است. بدین ترتیب تخمین واپیچش فوریه به صورت زیر داده می شود [۱۳]:

$$\begin{aligned} \hat{F}_{wi}(u,v) &= \frac{G(u,v)}{H(u,v)} H_{wi}(u,v) \\ &= \left(F(u,v) + \frac{N(u,v)}{H(u,v)} \right) H_{wi}(u,v) \end{aligned} \quad (۷)$$

که در آن $H_{wi}(u,v)$ پالایه وینر است که با رابطه (۸) داده می شود:

$$H_{wi}(u,v) = \frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2 + \frac{S_n}{S_f}} \quad (۸)$$

که در آن S_n و S_f به ترتیب طیف توان نوفه و طیف توان تصویر مختل نشده هستند. با محاسبه عکس تبدیل فوریه \hat{F}_{wi} ، تخمینی از تصویر مختل نشده در حوزه مکان حاصل می شود؛ اما قاعدتاً در محاسبه رابطه (۸) با مشکل مجهول بودن S_n و S_f مواجهیم که به همین دلیل در عمل از پالایه تیخونوف^{۱۳} استفاده می شود که در آن جمله S_n/S_f در رابطه (۸) با ثابت کاهش نوفه α جایگزین می شود.

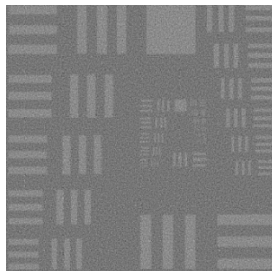
همان طور که از رابطه (۷) پیداست، در روش واپیچش فوریه نه تنها تقویت نوفه تعدیل می شود، بلکه جمله رفع ماتی تصویر، $(G(u,v)/H(u,v))$ ، نیز تحت تأثیر قرار می گیرد.

به طور معمول نوفه در دستگاه‌های تصویربرداری زیر آب را با نوفه سفید با توزیع گاوسی مدل‌بندی می‌کنند [۷، ۸، ۲۶، ۲۷]. در اینجا گذشته از اختلال ایجاد شده به وسیله آب، نوفه سفید با توزیع گاوسی نیز به تصویر افزوده شده است، طوری که نسبت سیگنال به نوفه مات شده^{۱۷} با تعریف:

$$BSNR = \frac{10 \log_{10} \left(\left\| (f * h) - \text{mean}(f * h) \right\|_2^2 \right)}{\left\| n - \text{mean}(n) \right\|_2^2} \quad (۹)$$

برابر $17/8 \text{ dB}$ است. شکل ۲ نتیجه شبیه‌سازی تصویر دریافتی با سیستم تصویربرداری در زیر آب را نشان می‌دهد که یک تصویر مات و آغشته به نوفه است.

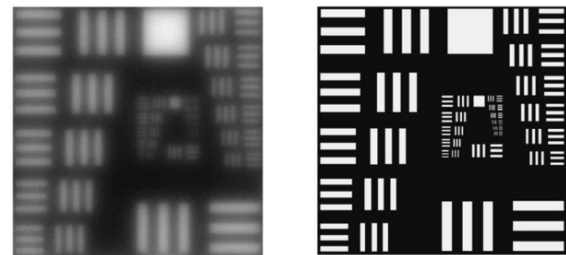
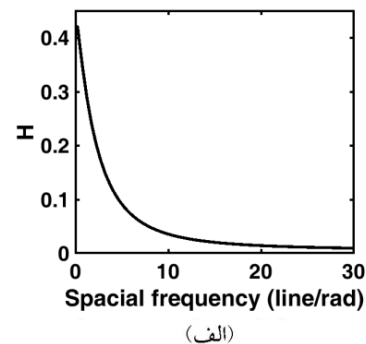
همانطور که شکل ۲ الف نشان می‌دهد، تابع گسترش نقطه‌ای آب همانند یک پالایه پایین‌گذر عمل می‌نماید. به همین دلیل است که آب دامنه مؤلفه‌های فرکانس بالای تصویر مختل نشده را به مقدار زیادی کاهش داده و در نتیجه به مات‌شدگی تصویر دریافتی منجر می‌شود. همچنین، مطابق شکل ۲ الف، تابع انتقال نوری آب یک تابع کاملاً نزولی بر حسب فرکانس فضایی است، خاصیتی که به تقویت شدید نوفه در فرایند محاسبات و اپیچش منجر خواهد شد. تقویت نوفه، به خصوص در فرکانس‌های فضایی بالا که تابع انتقال نوری دارای مقدار بسیار کمی است، شدیدتر خواهد بود. شکل ۳ تصویر بازیابی شده با استفاده از روش واپیچش معمولی (رابطه (۳)) را نشان می‌دهد.



شکل ۳. رفع مطلوب مات‌شدگی تصویر و تقویت شدید نوفه در فرایند واپیچش معمولی.

همان‌طور که انتظار می‌رود شکل ۳ نمونه رفع ماتی شده شکل ۲ ج است که البته آغشته به نوفه شدیدی است. مقدار نسبت سیگنال به نوفه به صورت رابطه زیر تعریف شده است:

در تحلیل موجک از روش مکت^{۱۴} بهره خواهیم برد [۲۵]. برای اطمینان از صحت تابع گسترش نقطه‌ای، از داده‌های تجربی مرجع [۱۶] استفاده شده است. استفاده از مدل قابل اطمینان ولز^{۱۵} و داده‌های تجربی برای تابع انتقال نوری آب باعث اطمینان از نزدیکی نتایج شبیه‌سازی به نتایج تجربی می‌شود. شکل ۲ الف تابع انتقال نوری محاسبه شده از رابطه (۴) را به ازای مقادیر $\theta_0 = 0.03$ و $c = 0.078$ نشان می‌دهد. همچنین مقادیر عمق نوری ($\tau = cR$) و البدو پراکنندگی^{۱۶} ($\omega_0 = b/c$) به ترتیب برابر $5/5$ و 0.87 در نظر گرفته شده‌اند.



شکل ۲. الف) تابع انتقال نوری آب محاسبه شده با مدل ولز به ازای مقادیر $\theta_0 = 0.03$ و $c = 0.078$ و $\tau = 5/5$ و $\omega_0 = 0.87$ (ب) تصویر مختل نشده با تفکیک 512×512 روی سطحی به مساحت ۱ متر در ۱ متر. ج) تصویر شبیه‌سازی شده دریافتی در زیر آب با افزودن نوفه سفید با تابع توزیع احتمال گاوسی به نحوی که $BSNR = 17/8 \text{ dB}$ است.

در شبیه‌سازی‌ها جسم هدف در زیر آب به صورت یک صفحه ۱ متر در ۱ متر با زمینه سیاه و خطوط سفید روی آن در نظر گرفته شده است. همچنین میدان دید سیستم تصویربرداری ۸ درجه فرض شده است. تصویر اصلی جسم با تفکیک 512×512 در شکل ۲ ب نشان داده شده است. نوفه در تصویربرداری زیر آب می‌تواند ناشی از عوامل مختلفی همچون تابش پس‌زمینه موجود در عمق آب، پراکنندگی رو به عقب فوتون‌های سیستم روشنایی از محیط آب و همچنین مربوط به بخش آشکارساز سیستم تصویربرداری باشد.

شکل های ۴ الف و ۴ ب به ترتیب متناظر با ضرایب کاهش نوفه، α ، برابر $1/2 \times 10^{-4}$ و $2/4 \times 10^{-3}$ هستند. همان طور که قبلاً نیز گفته شد، انتخاب مقدار کوچک ضریب α به رفع مات شدگی بهتر و نوفه بیشتر منجر می شود در حالی که با انتخاب مقدار بزرگ تر α مقدار نوفه کمتر اما مات شدگی بیشتری در تصویر بازیابی شده خواهیم داشت؛ بنابراین با انتخاب مقدار مناسب ضریب کاهش نوفه، توازن بین نوفه و مات شدگی تصویر را می توان برقرار نمود. شکل ۴ ج تغییرات ISNR به ازای مقادیر مختلف α را نشان می دهد. با توجه به این شکل درمی یابیم که در ابتدا و با افزایش ضریب کاهش نوفه مقدار ISNR به واسطه کاهش نوفه (جمله دوم سمت راست رابطه (۷)) افزایش می یابد. این افزایش ادامه پیدا می کند تا این که ISNR به ازای مقدار مشخصی از α به مقدار بیشینه خود می رسد. با افزایش بیش تر ضریب کاهش نوفه، کاهش ISNR را شاهد هستیم که دلیل آن حذف برخی از مؤلفه های تصویر مختل نشده (جمله اول سمت راست رابطه (۷)) است. در حقیقت به ازای مقادیر کوچک α تصویر حاصل دارای نوفه زیادی خواهد بود که به معنی مقدار کم ISNR است. همچنین با هر چه کوچک تر شدن این پارامتر بر میزان نوفه تصویر نیز افزوده خواهد شد که کاهش بیشتر ISNR را در پی خواهد داشت. از طرف دیگر، به ازای مقادیر بزرگ α میزان مات شدگی تصویر افزایش و به دنبال آن مجدداً مقدار ISNR کاهش می یابد. این روند نیز با افزایش مقدار α تشدید می شود. به طور مشخص تابعی با این ویژگی (ISNR) دارای یک بیشینه مطلق (بر حسب α) خواهد بود. تصویر بازسازی شده متناظر با مقدار بهینه ضریب کاهش نوفه ($\alpha_{opt}^F = 1/3 \times 10^{-3}$) در شکل ۴ د نشان داده شده است.

در نهایت روش ترکیبی واپیچش فوریه-موجک به عنوان آخرین روش برای بازیابی تصویر مورد نظر (شکل ۲ ج) به کار گرفته شده است. از موجک سیملت 197 به عنوان موجک پایه برای بسط در سه زیرفضا و از حد آستانه نرم برای محاسبات استفاده شده است. حد آستانه با استفاده از روش آستانه جهانی به صورت $T_j = \sigma_j (2 \log(N_j))^{1/2} [25]$ تعیین شده است که در آن N_j بعد تصویر بسط داده شده در

$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{\|f - \text{mean}(f)\|_2^2}{\|n - \text{mean}(n)\|_2^2} \right) \quad (10)$$

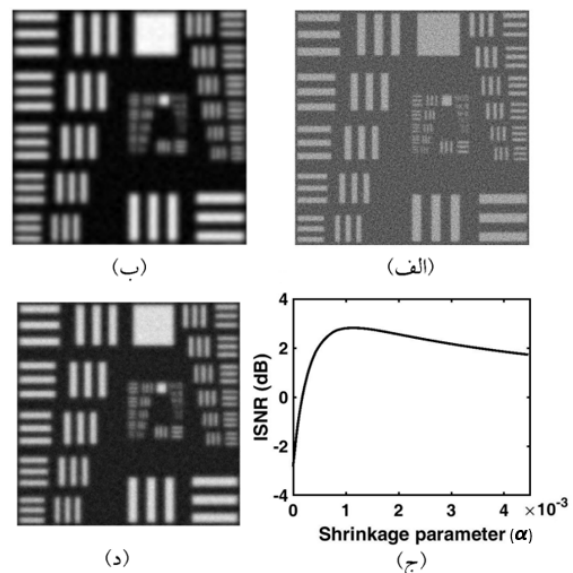
که برای شکل ۳ برابر $10/15 \text{ dB}$ به دست می آید.

فرایند کاهش نوفه روی شکل ۳ را می توان با استفاده از تبدیل موجک انجام داد (روش واپیچش-موجک). با این وجود، همان طور که از این شکل پیداست، چنان تقویت نوفه ای در طی فرایند واپیچش رخ داده است که عملاً بازیابی تصویر در فرکانس های فضایی بالا را غیرممکن می سازد. نسبت سیگنال به نوفه ارتقا یافته 18 به صورت زیر تعریف شده است:

$$ISNR = 10 \log_{10} \left(\frac{\|f - g\|_2^2}{\|f - \hat{f}\|_2^2} \right) \quad (11)$$

با بهره گیری از تبدیل موجک مقدار نوفه کاهش می یابد، به نحوی که مقدار نسبت سیگنال به نوفه ارتقا یافته به 2 dB می رسد که 35 درصد بهبود در کیفیت تصویر نسبت به روش واپیچش معمولی (با مقدار سیگنال به نوفه ارتقا یافته $2/7 \text{ dB}$) را نشان می دهد.

شکل ۴ نتایج حاصل از اعمال روش واپیچش فوریه را بر تصویر تخریب شده شکل ۲ ج نشان می دهد.



شکل ۴. نتیجه اعمال روش واپیچش فوریه بر روی شکل ۲ ج به ازای ضرایب کاهش نوفه (الف) $1/2 \times 10^{-4}$ و (ب) $2/4 \times 10^{-3}$ (ج) تغییرات ISNR محاسبه شده بر حسب ضریب کاهش نوفه α . (د) تصویر بازیابی شده به ازای مقدار بهینه $\alpha_{opt}^F = 1/3 \times 10^{-3}$ متناظر با بیشینه ISNR

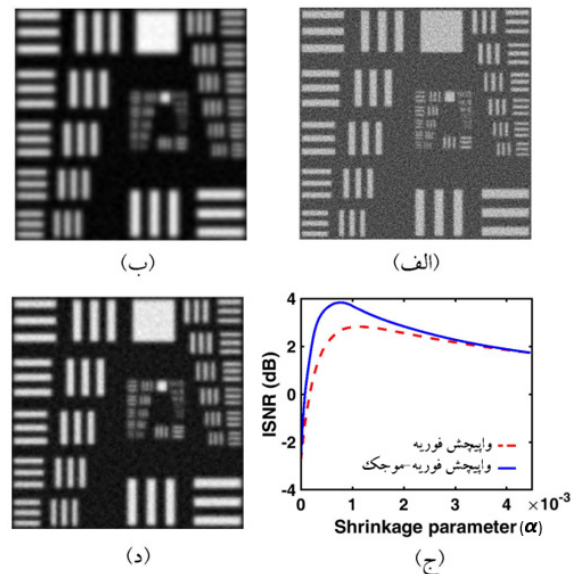
می‌شوند. از طرف دیگر، با توجه به شکل ۵ ج، مقدار بیشینه ISNR قابل دستیابی با روش واپیچش فوری-موجک $(\approx 37 \text{ dB})$ به ازای مقدار کم‌تری از ضریب کاهش نوفه $(\alpha_{opt}^F < 9/4 \times 10^{-4})$ حاصل می‌شود و حدود ۳۳ درصد بیش از مقدار مربوط به روش واپیچش فوری $(\approx 2/8 \text{ dB})$ است. تصویر بازیابی شده به ازای α_{opt}^{FW} در شکل ۵ د نشان داده شده است.

توجه به این نکته لازم است که کاهش مقدار تابع انتقال آب و یا استفاده از یک سیستم تصویربرداری با تابع گسترش نقطه‌ای گسترده، به مات شدن بیش‌تر تصویر دریافتی و کاهش BSNR می‌انجامد. در این حالت با انتخاب ضریب کاهش نوفه کوچک‌تر می‌توان فرایند بازیابی را به‌طور مناسب انجام داد. از طرف دیگر افزایش نوفه (در حالت ثابت بودن میزان ماتی تصویر) نیز مجدداً به کاهش BSNR منجر می‌شود. در این حالت به‌واسطه زیاد بودن نوفه لازم است که مقادیر بزرگ‌تری برای ضریب کاهش نوفه انتخاب نمود تا در عین کاهش مات‌شدگی کاهش نوفه در گستره موجک نیز به سهولت انجام شود. در هر دو حالت با کاهش BSNR میزان ISNR نیز کاهش خواهد یافت.

علاوه بر معیار ISNR معیارهای دیگری نیز در بازیابی خودکار تصاویر مات‌نوفه‌دار مورد استفاده قرار می‌گیرند [۲۹، ۷، ۲۸]. در اینجا از دو معیار PSNR و SSIM نیز استفاده و مقادیر محاسبه شده برای این معیارها در تصاویر حاصل از روش‌های مختلف واپیچش کور، فوری و فوری-موجک در شکل ۶ نشان داده شده‌اند. همان‌طور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، با توجه به این معیارها نیز روش ترکیبی فوری-موجک در مقایسه با روش‌های دیگر از قابلیت بهتری برخوردار است.

به‌منظور نشان دادن قابلیت روش ترکیبی فوری-موجک در بازیابی تصاویر واقعی گرفته شده در آب، این روش بازیابی بر تصویری از یک جسم واقع در آب مربوط به مرجع [۳۱] نیز اعمال شده است. بازیابی تصویر از تصویر مات و دارای نوفه با استفاده از توابع انتقال نوری آب و سیستم تصویربرداری گزارش شده در [۳۱]، انجام و نتایج در شکل ۷ نشان داده شده‌اند.

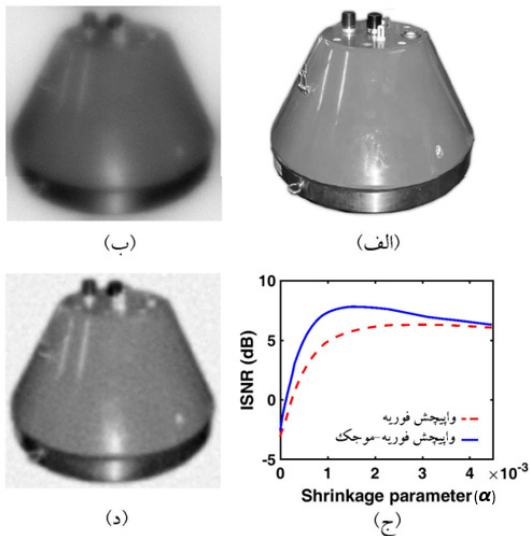
زیرفضای λ_m و σ_j اندازه‌ی میانه انحراف از معیار نوفه و برابر $0.6745 / \text{med} |W_{\psi}| [28]$ است. شکل ۵ نتایج حاصل از این محاسبات را نشان می‌دهد.



شکل ۵. نتیجه اعمال روش واپیچش فوری-موجک بر شکل ۲ ج به ازای ضرایب کاهش نوفه (الف) $1/2 \times 10^{-4}$ و (ب) $2/4 \times 10^{-3}$. (ج) تغییرات ISNR محاسبه شده در روش واپیچش فوری (خط چین) و واپیچش فوری-موجک (خط پیوسته) برحسب ضریب کاهش نوفه α . (د) تصویر بازیابی شده با روش واپیچش فوری-موجک به ازای مقدار بهینه $9/3 \times 10^{-4}$ α_{opt}^{FW} متناظر با بیشینه ISNR.

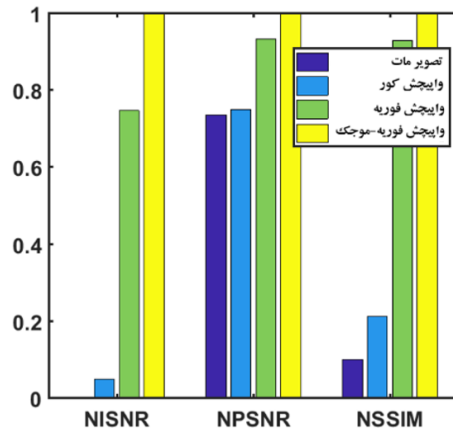
شکل ۵ الف نشان‌دهنده تصویری با نوفه زیاد و تباین مناسب است که با استفاده از مقدار کوچک ضریب کاهش نوفه برابر $1/2 \times 10^{-4}$ حاصل شده است. در مشابهت با روش واپیچش فوری، تصویر ۵ ب نتیجه به دست آمده به ازای مقدار بزرگ ضریب کاهش نوفه برابر $2/4 \times 10^{-3}$ است که تصویری نسبتاً مات با سطح نوفه کم است. در روش واپیچش فوری-موجک ابتدا با انتخاب یک ضریب کاهش نوفه کوچک و با استفاده از پالایه تیخونوف تصویری با تباین مناسب و نوفه بالا حاصل می‌شود، سپس از تبدیل موجک برای نوفه‌زدایی تصویر در عین حفظ تباین آن استفاده می‌شود. در اینجا نیز مقدار بهینه ضریب کاهش نوفه با توجه به مقدار ISNR تعیین شده است. شکل ۵ ج نشان‌دهنده تغییر مقدار ISNR با افزایش مقدار α است. به‌منظور ایجاد امکان مقایسه شکل ۵ ج نمایش داده شده است. همان‌طور که انتظار می‌رود با افزایش مقدار α میزان تأثیر موجک کاهش یافته و دو روش واپیچش فوری و واپیچش فوری-موجک به نتیجه یکسانی منجر

تصویر دریافتی از زیر آب یک تصویر مات و با تباین بسیار پایین است (منحنی آبی). واپیچش فوریه باعث افزایش تباین و کاهش ماتی تصویر می‌شود (منحنی سبز). با این حال نوفه تصویر زیاد است. روش ترکیبی فوریه-موجک تصویر با تباین مناسب و نوفه کم در اختیار قرار می‌دهد (منحنی سیاه). شناسایی مین‌های دریایی معلق مثالی از مهم‌ترین کاربردهای نظامی تصویربرداری در زیر آب است. به همین دلیل علاوه بر تصویر استاندارد بررسی شده (شکل ۲ الف) تصویر جسمی مشابه مین‌های دریایی نیز انتخاب و پس از شبیه‌سازی اثر تخریبی آب و افزودن نوفه به آن از روش واپیچش فوریه-موجک برای بازیابی تصویر اصلی استفاده شد. نتایج این شبیه‌سازی در شکل ۸ آورده شده است.



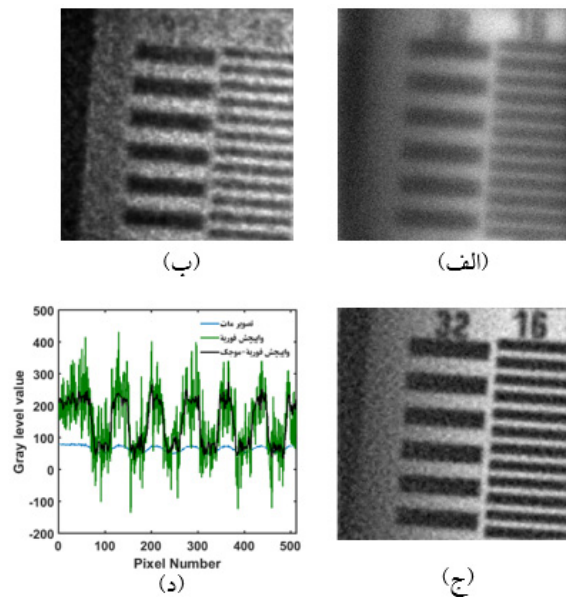
شکل ۸ (الف) تصویر مختل نشده جسمی شبیه مین‌های دریایی با تفکیک 512×512 (ب) تصویر شبیه‌سازی شده دریافتی در زیر آب به ازای مقادیر $\theta_0 = 1/0.3$ و $\epsilon = 0.7/8m^{-1}$ ، $\tau = 5/5$ و $\omega_0 = 0.1/8V$ و با افزودن نوفه سفید با تابع توزیع احتمال گاوسی به نحوی که مقدار $BSNR = 20 \text{ dB}$ است. (ج) تغییرات $ISNR$ محاسبه شده در فرایند اعمال روش بازیابی واپیچش فوریه (خط چین) و واپیچش فوریه-موجک (خط پیوسته) بر حسب ضریب کاهش نوفه α . (د) تصویر بازیابی شده با روش واپیچش فوریه-موجک به ازای مقدار بهینه $\alpha_{opt}^{FW} = 2/2 \times 10^{-3}$ متناظر با بیشینه $ISNR$.

شکل‌های ۸ الف و ۸ ب به ترتیب تصاویر مختل نشده و دریافتی شبیه‌سازی شده با همان مقادیر قبلی پارامترهای آب و سیستم تصویر بردار را نشان می‌دهد. در شکل ۸ ج مقادیر $ISNR$ تصاویر بازیابی شده با دو روش واپیچش فوریه و



شکل ۶: مقایسه عملکرد روش‌های مختلف واپیچش کور، فوریه و فوریه-موجک با استفاده از معیارهای $PSNR$ ، $ISNR$ و $SSIM$. برای نمایش بهتر، مقادیر معیارها به مقدار بیشینه خود (در هر سه مورد مربوط به روش واپیچش فوریه-موجک است) بهنجار شده‌اند.

مقایسه ظاهری تصاویر ۷ الف تا ۷ ج توانمندی روش ترکیبی فوریه-موجک را به خوبی نشان می‌دهد. به منظور مقایسه بهتر یکی از ستون‌های تصاویر انتخاب (ستون ۳۰۰) و در شکل ۷ د نشان داده شده‌اند.



شکل ۷: بازیابی یک تصویر واقعی با استفاده از روش فوریه-موجک. (الف) بخشی از تصویر واقعی گرفته شده از جسم زیر آب [۳۱]. (ب) تصویر به دست آمده با استفاده از روش واپیچش فوریه [۳۱]. (ج) تصویر بازیابی شده با استفاده از روش ترکیبی فوریه-موجک. (د) مقایسه یکی از ستون‌ها (ستون ۳۰۰) از سه تصویر قبل. منحنی آبی رنگ مربوط به تصویر مات و آغشته به نوفه دریافتی، منحنی سبز رنگ مربوط به تصویر بازیابی شده با استفاده از روش واپیچش فوریه و منحنی سیاه رنگ مربوط به تصویر بازیابی شده به روش ترکیبی فوریه-موجک است.

- [5] Amer KO, Elbouz M, Alfalou A, Brosseau C, Hajjami J. Enhancing underwater optical imaging by using a low-pass polarization filter. *Optics express*. 2019 Jan 21;27(2):621-43.
- [6] Amer KO, Elbouz M, Alfalou A, Brosseau C, Hajjami J. Underwater optical image processing: a comprehensive review. *Mobile networks and applications*. 2017;22(6):1204-11.
- [7] Prabhakar CJ, Kumar PU. An image based technique for enhancement of underwater images. *International Journal of Machine Intelligence*. 2011;3(4):217-24.
- [8] Schettini R, Corchs S. Underwater image processing: state of the art of restoration and image enhancement methods. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*. 2010;1: 746052.
- [9] Li Y, Zhang Y, Xu X, He L, Serikawa S, Kim H. Dust removal from high turbid underwater images using convolutional neural networks. *Optics & Laser Technology*. 2019;110:2-6.
- [10] Wang M, Zhou S, Yan W. Blurred image restoration using knife-edge function and optimal window Wiener filtering. *PloS one*. 2018 Jan 29;13(1):e0191833.
- [11] Fan F, Yang K, Xia M, Li W, Fu B, Zhang W. Underwater image restoration by means of blind deconvolution approach. *Frontiers of Optoelectronics in China*. 2010; 3(2):169-78.
- [12] Fan F, Yang K, Xia M, Li W, Fu B, Zhang W. Comparative study on several blind deconvolution algorithms applied to underwater image restoration. *Optical review*. 2010;17(3):123-29.
- [13] Zhishen L, Tianfu D, Gang W. ROV based underwater blurred image restoration. *Journal of Ocean University of Qingdao*. 2003;2(1):85-8.
- [14] Jian S, Wang W. Study on underwater image denoising algorithm based on wavelet transform. *Journal of physics*. 2017;806(1):1-10.
- [15] Mertens LE, Replogle FS. Use of point spread and beam spread functions for analysis of imaging systems in water. *JOSA*. 1977;67(8):1105-17.
- [16] Hou W, Gray DJ, Weidemann AD, Arnone RA. Comparison and validation of point spread models for imaging in natural waters. *Optics Express*. 2008;16(13):9958-65.
- [17] Chen Y, Xia M, Li W, Zhang X, Yang K. Comparison of point spread models for underwater image restoration. *Optik*. 2012;123(9):753-7.
- [18] Gray DJ. Order-of-scattering point spread and modulation transfer functions for natural waters. *Applied optics*. 2012;51(28):6753-64.
- [19] Neelamani R, Choi H, Baraniuk R. ForWaRD: Fourier-wavelet regularized deconvolution for ill-

وایپچش فوریه-موجک به ازای مقادیر مختلف ضریب کاهش نوفه آورده شده‌اند. مقایسه این دو منحنی نیز برتری روش وایپچش فوریه-موجک در بازیابی تصاویر گرفته شده در زیر آب را نشان می‌دهد. بهترین نتیجه روش وایپچش فوریه-موجک به ازای $\alpha_{opt}^{FW} = 2/2 \times 10^{-3}$ حاصل می‌شود که در شکل ۸ د نشان داده شده است. مقدار ISNR این شکل ۱۵ درصد بیش تر از بهترین نتیجه روش وایپچش فوریه است. همچنین مقادیر PSNR و SSIM به ترتیب افزایش ۷ و ۳۶ درصدی را نشان می‌دهند.

۴. نتیجه‌گیری

پراکنندگی و جذب نور در حین انتشار در آب باعث می‌شود که تصاویر تهیه شده از اجسام زیر آب به شدت مات و آغشته به نوفه زیادی باشند. تاکنون روش‌های سخت‌افزاری و نرم‌افزاری مختلفی برای بهبود عملکرد دستگاه‌های تصویربرداری زیر آب پیشنهاد و استفاده شده است. در این مقاله برای اولین بار از روش ترکیبی فوریه-موجک به منظور بازیابی تصاویر زیر آب استفاده شده است. مقایسه نتایج حاصل از روش ترکیبی فوریه-موجک با روش‌های متعارف دیگری همچون وایپچش معمولی، وایپچش-موجک و وایپچش فوریه نشان‌دهنده عملکرد بهتر و برتری روش ترکیبی موجک-فوریه در بازیابی تصاویر زیر آب است.

مراجع

- [1] Foglini F, Grande V, Marchese F, Bracchi VA, Prampolini M, Angeletti L, et al. Application of Hyperspectral Imaging to Underwater Habitat Mapping, Southern Adriatic Sea. *Sensors*. 2019 Jan;19(10):2261.
- [2] Ortiz A, Antich J, Oliver G. A particle filter-based approach for tracking undersea narrow telecommunication cables. *Machine Vision and Applications*. 2011;22(2):283-302.
- [3] Khan A, Ali SSA, Anwer A, Adil SH, Mériaudeau F. Subsea pipeline corrosion estimation by restoring and enhancing degraded underwater images. *IEEE Access*. 2018;6:40585-601.
- [4] Tian H, Zhu J, Tan S, Zhang Y, Zhang Y, Li Y, Hou X. Rapid underwater target enhancement method based on polarimetric imaging. *Optics & laser technology*. 2018;108:515-20.

پی‌نوشت

1. Linear position invariant (LPI)
 2. Point spread function
 3. Blind deconvolution
 4. Optical transfer function (OTF)
 5. Fourier regularized deconvolution (FoRD)
 6. Fourier-wavelet regularized deconvolution (ForWaRD)
 7. Wavelet-denoised deconvolution (WDD)
 8. Single scattering
 9. Min-max principle
 10. Universal thresholding
 11. Unbiased risk estimation
 12. Wiener filter
 13. Tikhonov filter
 14. Mallat algorithm
 15. Wells model
 16. Scattering albedo
 17. Blurred signal to noise ratio (BSNR)
 18. Improved signal to noise ratio (ISNR)
 19. Symlet 7
 20. Peak signal to noise ratio (PSNR)
 21. Structural similarity (SSIM)
- conditioned systems. IEEE Transactions on signal processing. 2004;52(2):418-33.
- [20] Bahrampour AR, Askari AA. Fourier-wavelet regularized deconvolution (ForWaRD) for lidar systems based on TEA-CO₂ laser. Optics communications. 2006; 257(1): 97-111.
- [21] Bahrampour AR, Moosavi A, Bahrampour MJ, Safaei L. Spatial resolution enhancement in fiber Raman distributed temperature sensor by employing ForWaRD deconvolution algorithm. Optical Fiber Technology. 2011;17(2): 128-34.
- [22] Langer M, Cloetens P, Peyrin F. Fourier-wavelet regularization of phase retrieval in x-ray in-line phase tomography. JOSA A. 2009; 26(8):1876-81.
- [23] Zhou Z, Gao F, Zhao H, Zhang L. Application of Fourier-wavelet regularized deconvolution for improving image quality of free space propagation x-ray phase contrast imaging. Physics in Medicine & Biology. 2012;57(22):7459.
- [24] Wells WH. Theory of small angle scattering. Optics of the sea. IEEE. 1973;61.
- [25] Mallat S. A wavelet tour of signal processing. 3rded, Academic press;2009.
- [26] Bos AA, Malkasse JP, Kervern G. A preprocessing framework for automatic underwater images denoising. European Conference on Propagation and Systems; 2005 Mar; Brest, France.
- [27] Liu Zh, Yu Y, Zhang K, Huang H. Underwater image transmission and blurred image restoration. Optical Engineering. 2001; 40(6):1125-31.
- [28] Donoho DL, Johnstone JM. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage. Biometrika. 1994;81(3):425-55.
- [29] Wang K, Hu Y, Chen J, Wu X, Zhao X, Li Y. Underwater image restoration based on a parallel convolutional neural network. Remote sensing. 2019 Jan;11(1591):1-21.
- [30] Anwar S, Li C, Porikli F. Deep underwater image enhancement. arXiv preprint arXiv:1807.03528. 2018 Jul 10.
- [31] Hou W, Gray DJ, Weidemann AD, Fournier GR, Forand JL. Automated underwater image restoration and retrieval of related optical properties. In 2007 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. 2007 Jul 23: 1889-92.