

ارزیابی حساسیت دینامیک کشند نیمروزانه M2 به تغییرات مکانی ناهمواری بستری در تنگه هرمز

اکبر رشیدی ابراهیم حصارى^{۱*}، سیده مرضیه حسینی^۲

akbar.rashidi@modares.ac.ir

^۱ استادیار، گروه فیزیک دریا، دانشکده علوم دریایی، دانشگاه تربیت مدرس، نور

^۲ کارشناس ارشد فیزیک دریا، گروه فیزیک دریا، دانشکده علوم دریایی، دانشگاه تربیت مدرس، نور s.marzieh.hosseini@gmail.com

تاریخ پذیرش: ۹۶/۱۰/۰۳

تاریخ دریافت: ۹۶/۰۶/۲۰

چکیده

در این مطالعه، برای ارزیابی حساسیت دینامیک کشندی به تغییرات مکانی ناهمواری بستر دریا در تنگه هرمز از نسخه تغییر یافته مدل سه بعدی هیدروستاتیکی اجزاء متناهی QUODDY-4 استفاده شد. تفاوت این نسخه با نسخه اصلی در مدولی است که برای محاسبه ضریب درگ بستری به مدل اضافه شده است. توزیع مکانی ضریب درگ بستری با استفاده از یک راهکار هیدرو دینامیکی محاسبه شد که در آن ارتباط فاکتور اصطکاک موجی و دیگر مشخصه های اصطکاک در لایه مرزی بستری با پارامترهای بدون بعدی مانند عدد سطحی راسبی، عدد رینولدز برای جریان و فرکانس اینرسی نسبی توصیف می شود. مقایسه نتایج شبیه سازی های عددی انجام شده با داده های مشاهداتی مربوط به دامنه و فاز کشندی نشان می دهد مدل مورد استفاده دقت بالایی در باز تولید دینامیک کشندی در منطقه مورد مطالعه دارد. نتایج این پژوهش نشان می دهد که ضریب درگ بستری در تنگه هرمز از ۰/۰۰۰۶ تا ۰/۰۰۰۴ متغیر است و از مقدار معمول مورد استفاده در مدل های عددی ۰/۰۰۳ کمتر است. در نظر گرفتن ضریب درگ متغیر محاسبه شده در این مطالعه می تواند به منظور بهبود کیفی پیش بینی های کشندی در تنگه هرمز مورد استفاده قرار گیرد.

واژه های کلیدی: تنگه هرمز، دینامیک کشند، ضریب درگ بستری

۱. مقدمه

امروزه مدل های عددی مبتنی بر روش اجزاء متناهی مقبولیت بیشتری یافته اند؛ زیرا به سادگی با هندسه پیچیده و نامنظم محیط سازگار می شود. در این مطالعه به منظور باز تولید کشند و جریان های کشندی با تمرکز بر نقش تغییرات مکانی ناهمواری بستری در تنگه هرمز از نسخه تغییر یافته یک مدل اجزاء متناهی سه بعدی با عنوان QUODDY-4 استفاده شده است.

خلیج فارس یک محیط نیمه بسته کم عمق دریایی است که از نظر نظامی، اقتصادی و سیاسی یکی از آبراه های بسیار مهم راهبردی در جهان به شمار می رود. خلیج فارس از طریق تنگه

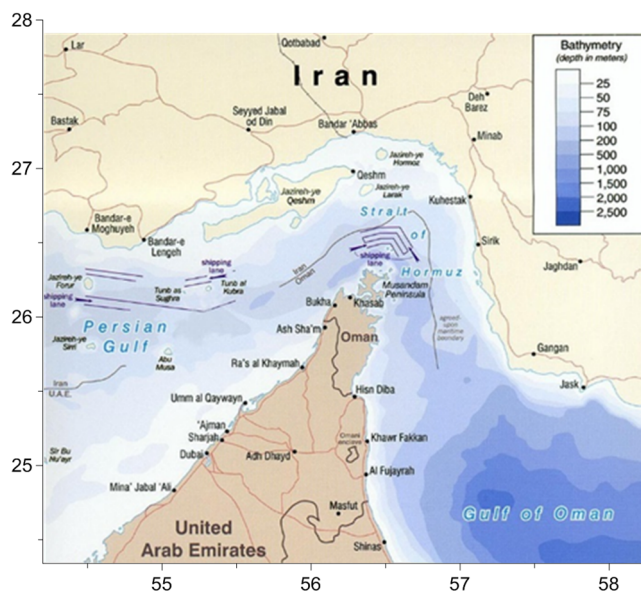
در دهه های گذشته مطالعه کشندهای اقیانوسی هدف بسیاری از فیزیک دانان و ریاضی دانان بوده است. با توجه به دشواری های موجود و هزینه بر بودن اندازه گیری های میدانی، استفاده از مدل های عددی کشندی روشی مقرون به صرفه و اجتناب ناپذیر است. از دیرباز تاکنون مدل های عددی بسیاری برای بررسی کشند در محیط های اقیانوسی ارائه و استفاده شده اند. در خلیج فارس نیز با توجه به کمبود اطلاعات میدانی رویکرد گسترده ای نسبت به مدل سازی کشند و تحلیل ثوابت هارمونیک کشندی (اعم از دامنه و فاز) ایجاد شده است.

مؤلفه نیمروزانه M_2 که مهم‌ترین مؤلفه کشندی در محیط مورد مطالعه است، اکتفا شده است.

بیش از دو دهه از پرتاب ماهواره تایکس/پوزیدون می‌گذرد. تاکنون داده‌های ترازسنجی این ماهواره در بیش از ۲۰ مدل جهانی کشندی مورد استفاده قرار گرفته است. خطای این مدل‌ها در وسط اقیانوس‌ها کمتر از دو سانتی‌متر و در دریاها کم‌عمق و مناطق ساحلی بین ۲/۴ تا ۲۹۳/۲ سانتی‌متر گزارش شده است [۳]. سؤال این است که دلیل چنین تفاوتی در دقت مدل‌های کشندی در آب‌های آزاد و مناطق کم‌عمق ساحلی چیست؟ از بین همه دلایل محتمل، به نظر می‌رسد نارسایی مدل‌ها در محاسبه تنش بستری مهم‌تر از بقیه باشد [۴]. تنش بستری مهم‌ترین عامل در شکل‌گیری کشند در آب‌های کم‌عمق محسوب می‌شود. تنش بستری نه تنها مسئول دگرش انرژی کشندی و انعکاس امواج کشندی است، بلکه نقش بسزایی را در تشکیل شکل‌های گوناگون بستر، سواحل و تغییرات درازمدت مورفودینامیکی سواحل ایفا می‌کند. از آنجاکه در محیط‌های کم‌عمق اقیانوسی نیروی کشند ارتباط تنگاتنگی با تنش بستری دارد، بنابراین هرگونه تلاش برای فهم، بازتولید و پیش‌بینی میدان کشندی مستلزم دقت بیشتر در محاسبه تنش بستری خواهد بود [۵-۷].

هرمز به دریای عمان و اقیانوس هند متصل می‌شود. تنگه هرمز تقریباً در موقعیت جغرافیایی ۲۶ درجه و ۳۰ دقیقه تا ۲۷ درجه و ۵ دقیقه شمالی و ۵۵ درجه و ۳۰ دقیقه تا ۵۶ درجه و ۴۵ دقیقه شرقی واقع شده است (شکل ۱). اهمیت این تنگه از آن جا آشکار می‌شود که در هر شش دقیقه یک کشتی اقیانوس‌پیما از این تنگه عبور می‌کند. عرض تنگه هرمز ۵۶ کیلومتر و بیشترین عمق آن ۱۱۰ متر است [۱-۲].

کشند در اقیانوس هند از طریق دریای عمان و تنگه هرمز وارد خلیج فارس می‌شود. بین کشند در خلیج فارس و تنگه هرمز تشدید روی می‌دهد. کشندها در خلیج فارس امواج ایستاده پیچیده‌ای هستند و الگوی غالب کشند، از نوع روزانه شامل مؤلفه‌های O_1 و K_1 و نیم‌روزانه شامل مؤلفه‌های M_2 و S_2 است. دامنه کشند در خلیج فارس در برخی نقاط به بیش از یک متر می‌رسد. در این مطالعه مؤلفه نیم‌روزانه M_2 به عنوان مطالعه موردی به منظور بررسی حساسیت دینامیک کشند به تغییرات ناهمواری بستری دریا مورد بررسی قرار می‌گیرد. بر اساس مطالعات تکمیلی برای مؤلفه‌های دیگر، نتایج مشابهی به دست آمد. بدین جهت در این مقاله به نتایج



شکل ۱. موقعیت جغرافیایی تنگه هرمز به عنوان راه ارتباطی خلیج فارس بر گرفته از وبسایت کتابخانه اسناد پونگراس

کم‌عمق است [۳]. این کمیت اغلب با قانون درجه دوم اصطکاک با ضریب درگ ثابت ۰/۰۰۲۶ یا با ضریب درگ

امروزه به روشنی ثابت شده است که اصطکاک بستری یکی از عوامل اصلی کنترل‌کننده دینامیک کشندها در آب‌های

متناسب با لگاریتم طول ناهمواری بستر دریا محاسبه می‌شود. این مقدار برای اولین بار به وسیله تیلور^۱ در سال ۱۹۱۹ برای دریای ایریش^۲ معرفی شد [۸]. در هر دو مورد، ضریب درگ ثابت فرض می‌شود. با وجود این، داده‌های مشاهداتی نشان می‌دهند که ضریب درگ بستری ثابت در مناطق مختلف محیط‌های اقیانوسی ثابت نیست. اگر نوع و اندازه عناصر ناهمواری بستر دریا تغییر کند، طول ناهمواری بستر دریا و در نتیجه ضریب درگ بستری نیز متغیر خواهند بود [۹]. حل معادله‌های حاکم بر دینامیک کشند [۱۰-۱۲] نشان داد که تغییرات ضریب درگ بستری از ناحیه‌ای به ناحیه دیگر متناسب با ساختار و اندازه اجزاء سازنده بستر، همچنین موقعیت اجزاء ناهمواری بستری نسبت به یکدیگر، می‌تواند از ۰/۰۰۰۶ تا ۰/۰۲ متغیر باشد. حساسیت دینامیک کشندی در مناطق کم عمق در مطالعه‌های متعدد دیگر نیز مورد تأیید قرار گرفت [۳، ۱۴، ۱۳].

با توجه به تفاوت دقت مدل‌های کشندی در اقیانوس باز و آب کم عمق می‌توان این گونه استدلال نمود که در ظاهر توصیف‌های متفاوتی از اصطکاک بستر (یکی از فاکتورهای اصلی شکل‌گیری کشند در مناطق کم عمق)، ارائه شده است. کاگان^۳ و همکاران؛ برای کمی‌سازی تغییرات دینامیکی و انرژی کشند سطحی M_2 ناشی از تغییرات مکانی ناهمواری بستر دریا در حوزه اروپای شمالی از نسخه تغییر یافته مدل سه بعدی هیدروستاتیکی اجزاء متناهی QUODDY-4 استفاده کردند [۲]. نتایج این تحقیق نشان داد که در نظر گرفتن تغییرات مکانی ضریب درگ بستری، به بهبود دقت محاسبه دامنه، فاز و سرعت جریان‌های کشندی منجر می‌شود. این مسئله در مجاورت نقاط آمفی درومیک^۴ بیش از سایر مناطق است.

در سال ۱۳۹۱ در قالب طرح پایش و مطالعات شبیه‌سازی سواحل کشور که سازمان بنادر و دریانوردی انجام داد، در بخش شبیه‌سازی جریان‌های کشندی در خلیج فارس، دریای عمان و ضریب زبری بستر بر اساس رابطه مانینگ^۵ برای اعمال به مدل مایک ۲۱ در مناطق ساحلی استان هرمزگان مورد ارزیابی قرار گرفت. این رابطه که یک رابطه تجربی است به وسیله مانینگ در سال ۱۸۹۰، برای محاسبه جریان

میانگین در کانال‌های سیال روباز معرفی شد. با استفاده از این رابطه سرعت میانگین با استفاده از عدد مانینگ به ناهمواری بستری به شکل $V = \frac{k}{n} R_h^{2/3} S^{1/2}$ مربوط می‌شود؛ که در آن k ضریب تبدیل از واحد متریک به سیستم واحد U.S. (سیستم واحدها و اندازه‌گیری موسوم به واحد انگلیسی)؛ n عدد مانینگ مرتبط با ناهمواری بستری؛ R_h شعاع هیدرولیکی و S شیب بستری کانال هستند. در مطالعه یاد شده عدد مانینگ در محدوده استان هرمزگان $s / 55 m^{1/3}$ و در انتهای شمال غربی خلیج فارس تا $s / 75 m^{1/3}$ برآورد شد [۱۵].

۲. مواد و روش‌ها

در سال ۱۳۹۲ حساسیت مدل مایک ۲۱ به ضریب زبری بستری و بررسی دقیق نتایج شبیه‌سازی با این مدل را به روش محاسبه ضریب زبری بستری با استفاده از ضریب مانینگ مورد بررسی قرار دادند [۱۶].

اساس هر دو مطالعه گفته شده اخیر روش نیمه تجربی محاسبه ضریب زبری بستر است.

با توجه به مطالب قبل در خصوص اهمیت ضریب درگ بستری، در این مطالعه با استفاده از یک راهکار هیدرو دینامیکی که برای محاسبه ضریب درگ بستری توسط کاگان ارائه شده است [۱۷-۱۸]، توزیع مکانی ضریب درگ بستری متناسب با تغییرات مکانی ناهمواری بستری دریا در تنگه هرمز محاسبه شده است.

در این مطالعه یک راهکار هیدرو دینامیکی برای محاسبه ضریب درگ بستری مورد استفاده قرار گرفت. این روش به وسیله کاگان [۱۷-۱۸]، معرفی و در مطالعات متعددی برای دریای سفید، یک حوزه آزمایشگاهی و حوزه اروپای شمالی مورد استفاده قرار گرفته است [۲، ۴، ۱۹، ۲۰، ۲۱]. در این روش، بستر دریا بر اساس مقایسه ارتفاع ناهمواری‌های بستری با ضخامت لایه ناروان بستری به سه نوع هموار، نیمه هموار و ناهموار تقسیم می‌شوند. چنانچه ارتفاع اجزاء ناهمواری بستری از ضخامت لایه ناروان کوچک تر باشند،

چرخش سرعت در داخل لایه مرزی بستری) متأثر از پنج پارامتر به شرح زیر است:

- دامنه نوسانات سرعت در خارج از لایه مرزی بستری، $|U_\infty|$ ؛
- فرکانس نوسانات کشندی، σ ؛
- فرکانس اینرسی، f ؛
- ارتفاع ناهمواری هیدروdynamic z_0^r که معادل ناهمواری هیدروdynamic نیکورادزه k_s تعیین می شود؛
- ضریب ناروانی سینماتیکی سیال v .

با استفاده از تئوری تحلیل ابعادی π می توان وابستگی به پارامترهای گفته شده را به سه عدد بی بعد کاهش داد. این اعداد را می توان به شکل ترکیب دلخواهی از این پارامترها انتخاب نمود. در این مطالعه از سه پارامتر بی بعد به شرح زیر استفاده شده است [۲۱]:

- عدد ناهمواری رینولدز، $Re^r = |U_\infty| z_0^r / v$ ؛
- عدد سطحی راسبی، $Ro^r = |U_\infty| / \sigma z_0^r$ ؛
- فرکانس نسبی اینرسی، f / σ .

انتخاب این پارامترها کاملاً اختیاری است، ولی از آنجا که ضرایب ارتباط بین این پارامترها در آزمایش های صورت گرفته به دست آمده اند، در این مطالعه از ضرایب Re^r و Ro^r استفاده می شود.

شیوه استخراج قوانین اصطکاک استفاده شده در این مطالعه در مطالعات کاگان [۱۷ - ۱۸] آمده است. به دلیل طولانی بودن مراحل استخراج این قوانین، در اینجا تنها به معرفی آن ها پرداخته می شود. برای بستر نیمه هموار ضریب درگ از حل سه معادله زیر محاسبه می شود:

$$\left[A^2 + \left(B + \log 2^{-5/2} \kappa + \sqrt{\left(\frac{2^{5/2} \kappa / 2.3}{4\sqrt{2c_D}} \right)^2 - C^2} \right)^2 \right]^{1/2} = \log 2^{-5/2} \kappa - \log \frac{1}{4\sqrt{2c_D}} - \log \left(1 + \frac{f}{\sigma} \right) - \log \left(\frac{1}{Ro^r} + \frac{0.63}{4\sqrt{2c_D}} Re^{-1} \right) \quad (2)$$

بستر از نظر هیدروdynamic هموار فرض می شود. ضخامت این لایه مرزی با رابطه $z = \nu / 9U_*$ محاسبه می شود که در آن U_* دامنه تغییرات سرعت اصطکاکی و ν ضریب ناروانی سینماتیکی است. اگر ارتفاع اجزاء ناهمواری هم انداز با ضخامت لایه یاد شده باشد، بستر نیمه هموار و چنانچه ارتفاع اجزاء ناهمواری به طور قابل ملاحظه ای از ضخامت لایه ناروان بستری بزرگ تر باشد، بستر دریا از نظر هیدروdynamic ناهموار در نظر گرفته می شود. همچنین به جای سرعت در لایه مرزی بستری، از دامنه نوسانات سرعت در لایه مرزی تلاطمی بستری استفاده می شود. رابطه طول ناهمواری برای سطوح هموار و ناهموار هیدروdynamic به ترتیب عبارتند از $z_0 = \nu / 9U_*$ و $z_0 = k_s / 30$ ؛ که U_* دامنه تغییرات سرعت اصطکاکی، k_s زبری معادل نیکورادزه هستند.

یک روش ساده تعریف z_0 برای سطح نیمه هموار هیدروdynamic استفاده از فرمول درون یابی است:

$$\frac{Z_0}{Z_0^r} = 1 + \frac{10}{3} Re_*^{-1} \quad (1)$$

این رابطه، معادله های لازم برای سطوح هموار و ناهموار هیدروdynamic را دارد. در اینجا $Re_* = U_* k_s / \nu$ عدد رینولدز لایه مرزی بستری بر حسب دامنه تغییرات سرعت اصطکاکی و زبری معادل نیکورادزه است؛ و z_0^r ارتفاع ناهمواری تعریف شده به وسیله k_s است [۱۸]. این روش ارتباط بین سرعت در لایه مرزی بستری را با مقدار سرعت در قسمت بالایی لایه مرزی به خوبی توصیف می کند. با استفاده از این روش نیازی به اعمال نمایه از پیش تعیین شده برای توزیع قائم ویسکوزیته تلاطمی نخواهد بود. علاوه بر این امکان محاسبه تغییر فاز بین تنش بستری و سرعت جریان در خارج از لایه مرزی بستری که اغلب از آن چشم پوشی می شود، نیز فراهم می شود. به این ترتیب که فرض شده، در حالت کلی برای بررسی انواع مختلف بستر دریا (از قبیل بستر ناهموار، نیمه هموار و هموار)، عواملی که در محاسبه ضریب درگ بستری در لایه مرزی بستر نقش ایفا می کنند (دامنه نوسانات سرعت در لایه مرزی U_* ، اختلاف فاز ϕ_0 بین تنش بستر و سرعت در خارج لایه مرزی بستری و زاویه α_0

رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\left[A^2 + \left(B + \log 2^{-5/2} \kappa + \sqrt{\left(\frac{2^{5/2} \kappa / 2.3}{4\sqrt{f_w}} \right)^2 - C^2} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (6)$$

$$= \log 2^{-5/2} \kappa - \log \frac{1}{4\sqrt{f_w}} - \log \left(1 + \frac{f}{\sigma} \right) + \log \text{Ro}^r$$

در این مطالعه روابط بیان شده در بالا برای محاسبه ضریب درگ بستر در قالب یک مدول مجزا نوشته شده و برای محاسبه ضریب درگ بستری به ساختار مدل QUODDY-4 اضافه شد.

۳. تئوری و محاسبات

۳-۱. مدل عددی QUODDY-4

مدل عددی استفاده شده در این مطالعه، یک مدل غیرخطی سه بعدی اجزاء متناهی است که برای مطالعات مربوط به گردش آب‌های اقیانوسی در دانشگاه دارتموث به وسیله لینچ^۷ و ورنر^۸ طراحی و بعدها توسط لینچ و همکاران تکمیل شد [۲۶-۲۲]. در این تحقیق نسخه تغییر یافته‌ای از این مدل مورد استفاده قرار گرفته است. تفاوت نسخه استفاده شده با نسخه اصلی در مدولی است که در این پژوهش به منظور محاسبه توزیع مکانی ضریب درگ بستری نوشته شده و به مدل اضافه شده است.

این مدل با بهره‌گیری از شبکه نامنظم مثلثی در راستای افقی و شبکه منظم در راستای قائم، همچنین با دارا بودن مدول-های هارمونیک غیرخطی قابلیت بالایی در بررسی جریان-های آشفتنه اقیانوسی دارد. مدل برای حل معادله‌های حاکم مانند معادله‌های پیوستگی و ناویراستوکس از روش باقیمانده وزنی گالرکین^۹ با تقریب‌های بوسنیسک و هیدروستاتیک استفاده می‌کند. در این مدل از طرح‌واره بستار تلاطمی برای نشان دادن اختلاط قائم تکانه، گرما و جرم استفاده می‌شود [۲۷]. مدل از آرایه سیگمای ارتفاعی برای لایه بندی در راستای قائم بهره می‌برد.

در مطالعه حاضر داده‌های مورد نیاز برای تهیه شبکه محاسباتی نامنظم برای استفاده در مدل عددی نقشه عمق سنجی با مقیاس

$$\phi_0 = \tan^{-1} \left(A / \left(B + \log 2^{-5/2} \kappa + \sqrt{\left(\frac{2^{5/2} \kappa / 2.3}{4\sqrt{f_w}} \right)^2 - C^2} \right) \right) \quad (3)$$

$$\alpha_0 = \tan^{-1} \left(C / \sqrt{\left(\frac{2^{5/2} \kappa / 2.3}{4\sqrt{c_D}} \right)^2 - C^2} \right) \quad (4)$$

که در این معادله‌ها c_D ، ضریب درگ بستری؛ κ ، ثابت فون کارمن؛ ϕ_0 ، اختلاف فاز بین تنش بستری و سرعت جریان در خارج از لایه مرزی بستری؛ α_0 زاویه چرخش سرعت جریان در لایه مرزی بستر و ضرایب A ، B و C ضرایب تناسب هستند که بر اساس اندازه گیری‌های آزمایشگاهی و میدانی تعیین می‌شوند. برای تعیین ضرایب تناسب، ابتدا وابستگی تنش بستری به عدد رینولدز جریان، در حالتی که تنش بستری تابعی از عدد موجی راسبی، چرخش سرعت در لایه مرزی بستر و تغییر فاز سرعت در این لایه در نظر گرفته می‌شود، ترسیم شد. از برآزش داده‌های اندازه گیری شده آزمایشگاهی مربوط به جریان [۶، ۵، ۱۷] در لایه مرزی بستر و نمودار ترسیم شده بهترین توافق بین داده‌های اندازه گیری تجربی و اندازه گیری‌های آزمایشگاهی، بر اساس رابطه‌های (۲) تا (۴) در حالتی به دست آمد که مقادیر ضرایب A ، B و C به ترتیب برابر با ۰/۹۲، ۱/۳۳ و ۲/۱۹ باشند [۱۷-۱۸].

رابطه (۱) برای محاسبه ضریب درگ در شرایط حدی وقتی که $\text{Ro}^r \rightarrow \infty$ برای محاسبه ضریب درگ برای بستر هموار با رابطه‌های (۳) و (۴) به شکل زیر در خواهد آمد:

$$\frac{1}{2} \left[A^2 + \left(B + \log 2^{-5/2} \kappa + \sqrt{\left(\frac{2^{5/2} \kappa / 2.3}{4\sqrt{f_w}} \right)^2 - C^2} \right)^2 \right]^{1/2} = \frac{1}{2} \left(\log 2^{-5/2} \kappa + 0.20 \right) - \log \frac{1}{4\sqrt{f_w}} - \log \left(1 + \frac{f}{\sigma} \right) + \log \sqrt{\text{Re}^r} \quad (5)$$

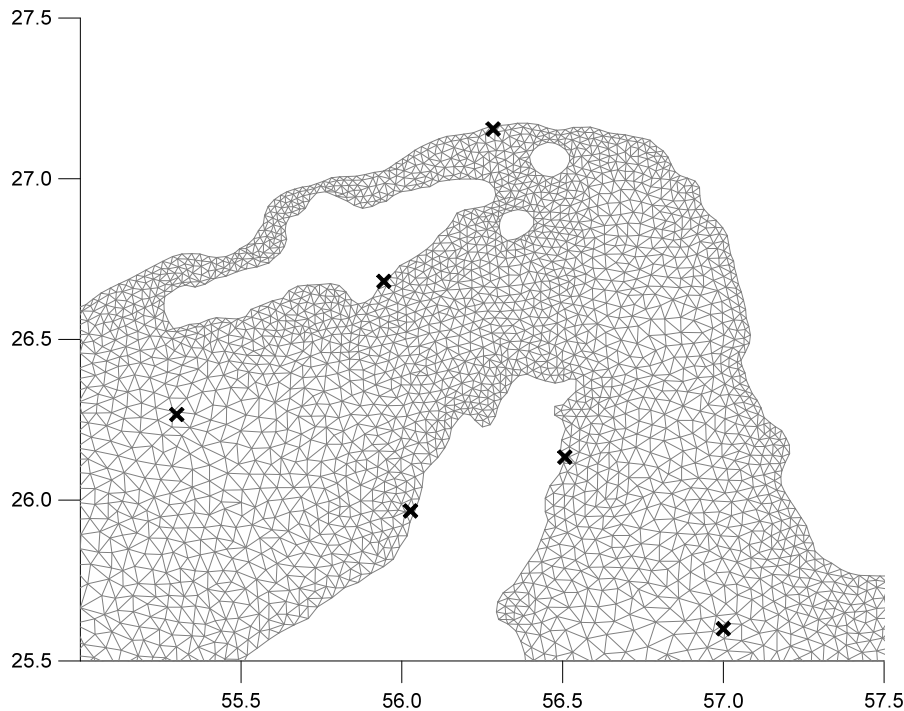
همچنین در شرایط حدی وقتی که $\text{Re}^r \rightarrow \infty$ برای محاسبه ضریب درگ برای بستر ناهموار با رابطه‌های (۳) و (۴) از

به منظور محاسبه گام زمانی از شرط کورانت به شکل

$$|c| \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{1}{2p+1}$$
 استفاده شد که در آن c سرعت موج کشندی، Δx ابعاد شبکه ثلثی، $p = k - 1$ و k مرتبه رانک- کوتای گالرکین ناپیوسته است که برای گسسته‌سازی معادله‌های مدل مورد استفاده قرار گرفته است. مناسب‌ترین گام زمانی مقداری است که بین مقادیر متناظر به ازای $p = 0$ و $p = 2$ قرار می‌گیرد [۲۸]. با استفاده از شرط بالا و بر اساس ویژگی شبکه محاسباتی، گام زمانی مورد استفاده در این مطالعه، ۱۰ ثانیه محاسبه و مورد استفاده قرار گرفت.

یک، بیست و پنج هزارم از سازمان جغرافیایی نیروهای مسلح تهیه و با نرم‌افزار Arc-GIS رقومی شد. شبکه محاسباتی نامنظم با اجزاء مثلثی نیز با استفاده از نرم‌افزار منبع باز EMC تولید شد (شکل ۲).

این شبکه دربرگیرنده ۷۶۶۴ گره با فواصل متفاوت و ۱۴۱۴۶ جزء مثلثی است. فاصله بین نقاط از ۲۳۰ متر در نزدیک سواحل تا ۵ کیلومتر در مناطق دور از ساحل متغیر است. در راستای قائم محیط مورد مطالعه به ۴۱ لایه تقسیم شده است که تراکم لایه‌ها در نزدیکی بستر به منظور بررسی دقیق‌تر سرعت جریان در لایه‌مرزی بستی بیشتر است. به این ترتیب، نوسانات سرعت در لایه‌مرزی بستی در اثر اصطکاک به راحتی قابل محاسبه است.



شکل ۲. شبکه محاسباتی منطقه مورد مطالعه تهیه شده با نرم‌افزار EMC.

نقاطی که با علامت \times نشان داده شده‌اند، موقعیت ایستگاه‌های اندازه‌گیری تراز آب دریا را نشان می‌دهند.

بسته نرم‌افزاری متلب برای دسترسی به ترکیبات هارمونیک برای مدل‌های کشندی با گستره وسیع جغرافیایی، پیش‌بینی ارتفاع و جریان کشندی است. این بانک اطلاعاتی قابلیت استخراج دامنه و فاز مؤلفه‌های مختلف کشندی یا پیش‌بینی‌های کشندی به‌طور جهانی یا منطقه‌ای خاص را دارد و مبتنی بر داده‌های ترازسنجی ماهواره تاپیکس/پوزیدون و

۲-۳. اجرای مدل

به منظور اجرای مدل ابتدا لازم است که شرایط مرزی شامل دامنه و فاز کشندی در مرزهای باز به مدل اعمال شود. به دلیل فقدان ایستگاه‌های اندازه‌گیری در محدوده مرزهای باز، اطلاعات مربوط به دامنه و فاز کشندی در این مرزها از مدل TMD^۱ استخراج و مورد استفاده قرار گرفت. این مدل یک

تلفیق آن‌ها با اطلاعات ثبت شده از ایستگاه‌های ترازسنجی است.

۳-۳. حساسیت‌سنجی مدل

ابتدا به‌عنوان آزمایش کنترل، ضریب درگ $0/003$ برای بازتولید دینامیک کشند M_2 در تنگه هرمز مورد استفاده قرار گرفت. در اغلب مدل‌های سه‌بعدی از مقدار ثابت $0/005$ برای ضریب درگ بستری استفاده می‌شود که اندکی از مقدار استاندارد $0/0026$ معرفی شده به‌وسیله تیلور بیشتر است. دلیل این امر می‌تواند این باشد که میانگین سرعت اتلاف انرژی کشندی (در هر چرخه کشندی) صرف نظر از بعد مدل کشندی باید ثابت باقی بماند. بنابراین اگر مدل دو یا سه‌بعدی باشد، با پارامتریزه کردن تنش بستری با قانون اصطکاک درجه دوم و با در نظر گرفتن اینکه سرعت اتلاف انرژی کشندی در جریان کشندی سه‌بعدی با مجموع سرعت‌های اتلاف در لایه‌مرزی لگاریتمی بستری برابر است، رابطه زیر برای ضرایب پایداری در جریان‌های کشندی سه‌بعدی (C_{D3}) و دوبعدی (C_{D2}) به شکل زیر قابل محاسبه خواهد بود [۵]:

$$c_{D_3} = c_{D_2} \frac{\langle |\bar{u}|^3 \rangle}{\langle |u_{100}|^3 \rangle} \quad (7)$$

که در آن \bar{u} سرعت باروتروپیک معادل سرعت میانگین قائم، u_{100} سرعت واقعی (باروتروپیک + باروکلینیک) در لایه لگاریتمی در فاصله ۱۰۰ سانتی‌متری از بستر بوده و مؤلفه سرعت باروکلینیک به‌عنوان انحراف سرعت واقعی از مقدار باروتروپیک تعیین می‌شود؛ علامت پراکنش شکسته نیز نشان‌دهنده میانگین‌گیری در یک چرخه کشندی است. علاوه بر این در حالت کلی وقتی بستر دریا نیمه‌هموار باشد، ضریب درگ همراه با دیگر ویژگی‌های لایه‌مرزی بستری تابعی از عدد راسبی بستر دریا Ro^* ، عدد رینولدز جریان Re و فرکانس نسبی اینرسی f/σ است. در نتیجه اگر عمق محلی بیشتر از ضخامت لایه‌مرزی بستری تعیین شده با پارامترهای همانندی بدون بعد یکسان شود، نسبت $\langle |\bar{u}| \rangle / \langle |u_{100}| \rangle$ برای مقادیر نوعی بسامدهای کشندی

بزرگ‌تر از یک خواهد بود. در نتیجه نامساوی $C_{D3} > C_{D2}$ صحیح خواهد بود. بر اساس همین ملاحظات است که طراحان مدل QUODDY-4 ضریب پایداری را بیشتر از مقدار استاندارد آن در نظر گرفته‌اند [۴].

از آنجا که شروع اجرای مدل از نوع سکون آغازی است، لازم است که نتایج مدل پس از گذشت مدت زمان مشخصی با تغییرات نسبی میانگین چگالی انرژی باروتروپیک کمتر از ۵٪ شده و به اصطلاح حالت شبه‌پایا حاصل شده باشد، مورد استفاده قرار گیرند. در این مطالعه شرایط گفته شده بعد از ۱۰ چرخه کشندی از زمان شروع محاسبات حاصل می‌شود.

با توجه به فایل‌های ورودی و تنظیمات انجام گرفته، به‌منظور محاسبه توزیع مکانی ضریب درگ بستری و استفاده از قوانین اصطکاک بستری که در بخش پیشین مورد اشاره قرار گرفتند، باید ارتفاع ناهمواری معادل نیکورادزه از طریق کالیبراسیون مدل برای انواع سه‌گانه بستری تعیین شود. به این منظور پارامترهای زبری مختلف با اندازه‌های $0/1$ ، $0/3$ ، $0/1$ ، $0/001$ و $0/0001$ (برحسب متر) در نظر گرفته شده و فرض می‌شود که بستر در مناطق کم‌عمق با عمق کمتر از ۵۰ متر از لحاظ هیدرو دینامیکی ناهموار و در مناطق عمیق با عمق بیش از ۵۰ متر نیمه‌هموار است. صحت این فرض با حساسیت‌سنجی نتایج مدل به ازای مقادیر 100 ، 75 ، 50 ، 30 ، 25 ، 20 ، 15 و 10 متر نیز مورد بررسی قرار گرفته و دقیق‌ترین مقدار عمق مربوط به مرز بین بستر نیمه‌هموار و ناهموار تعیین شد.

در نهایت پس از انجام شبیه‌سازی‌های عددی متعدد و انتخاب مقادیر بهینه برای ارتفاع ناهمواری هیدرو دینامیکی و مرز بحرانی بین مرز ناهموار و نیمه‌هموار، توزیع مکانی ضریب درگ بستری با استفاده از قوانین اصطکاک بیانی و محاسبه شد.

۴. یافته‌ها

چنانچه عنوان شد؛ هدف از این پژوهش محاسبه توزیع مکانی ضریب درگ بستری با استفاده از بازتولید دینامیک کشند

میانگین خطای نسبی برداری برابر با ۴/۳۷ درصد است. در این حالت میانگین خطای مطلق و نسبی دامنه نیز به ترتیب برابر با ۳/۳۰ سانتی متر و ۵/۱۲ درصد بوده و کمترین مقدار خطا را دارند. حال سؤالی به این شکل مطرح می شود که فرض اولیه عمق ۵۰ متری به عنوان مرز بین بستر ناهموار و نیمه هموار از دید هیدرودینامیکی تا چه حد معتبر است؟

جدول ۱. مقایسه نتایج مدل با مشاهدات میدانی به ازای مقادیر مختلف ارتفاع ناهمواری هیدرودینامیکی

z_0	MAAE (cm)	MRAE (درصد)	MRMSAVE (cm)	MRMSRVE (درصد)
۰/۰۰۰۱	۳/۹۴	۶/۳۵	۳/۱۳	۴/۷۳
۰/۰۰۱	۳/۳۰	۵/۱۲	۲/۸۲	۴/۳۷
۰/۰۱	۴/۱۲	۶/۳۳	۳/۴۷	۵/۲۵
۰/۱	۴/۷۷	۷/۲۵	۴/۰۷	۶/۰۸
۰/۳	۴/۹۰	۷/۴۳	۴/۲۱	۶/۲۷

برای پاسخ به این سؤال، در ادامه حساسیت مدل عددی به مقادیر گوناگون به عنوان مرز بین بستر ناهموار و نیمه هموار مورد بررسی قرار گرفت. به این ترتیب که مقادیر ۱۰۰، ۷۵، ۳۰، ۲۵، ۲۰، ۱۵ و ۱۰ متر به عنوان حائل بین این دو نوع بستر در محاسبات مجدد مورد آزمایش قرار گرفتند. نتایج این محاسبات و مقایسه نتایج مربوطه در جدول (۲) ارائه شده اند. چنانچه از جدول (۲) قابل مشاهده است، به ازای تغییر مرز بحرانی بین این دو نوع بستر در عمل تغییر ویژه ای در محاسبات صورت نمی گیرد. به این ترتیب که وقتی عمق بحرانی از ۱۰۰ متر به ۲۵ متر کاهش پیدا می کند؛ خطای محاسباتی مربوط به دامنه های کشندی مدل نسبت به ایستگاه های اندازه گیری تقریباً یکسان است؛ اما در عمق کمتر از ۲۵ متر این اختلاف به مقدار جزئی کاهش می یابد. این کاهش جزئی با ادامه کاهش عمق بحرانی به ۱۰ متر دوباره با افزایش جزئی همراه است.

نیمروزانه M_2 با استفاده از یک راهکار هیدرودینامیکی است. برای دستیابی به این هدف چندین شبیه سازی عددی - همان گونه که در بخش پیشین اشاره شد - در دستور کار قرار گرفت. برای مقایسه نتایج شبیه سازی های انجام شده با داده های اندازه گیری شده تراز آب دریا از پارامترهای میانگین خطای برداری مطلق ($MRMSAVE^{(۱)}$)، میانگین خطای برداری نسبی ($MRMSRVE^{(۲)}$)، میانگین خطای مطلق دامنه ($MAAE^{(۳)}$) و میانگین خطای نسبی دامنه ($MRAE^{(۴)}$) با تعاریف زیر استفاده شد:

$$MRMSAVE = \frac{1}{N} \sum_n \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{A_{on}^2 + A_{mn}^2 - 2A_{on}A_{mn} \cos(\phi_{on} - \phi_{mn})} \quad (۸)$$

$$MRMSRVE = \frac{1}{N} \sum_n \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{A_{on}^2 + A_{mn}^2 - 2A_{on}A_{mn} \cos(\phi_{on} - \phi_{mn})}}{A_{on}} \quad (۹)$$

$$MAAE = \frac{1}{N} \sum_n |A_{on} - A_{mn}| \quad (۱۰)$$

$$MRAE = \frac{1}{N} \sum_n \frac{|A_{on} - A_{mn}|}{A_{on}} \quad (۱۱)$$

که در آن A_{on} ، ϕ_{on} ، A_{mn} و ϕ_{mn} به ترتیب دامنه و فاز کشند نیمروزانه M_2 در n امین ایستگاه اندازه گیری و مقادیر متناظر محاسبه شده با مدل هستند.

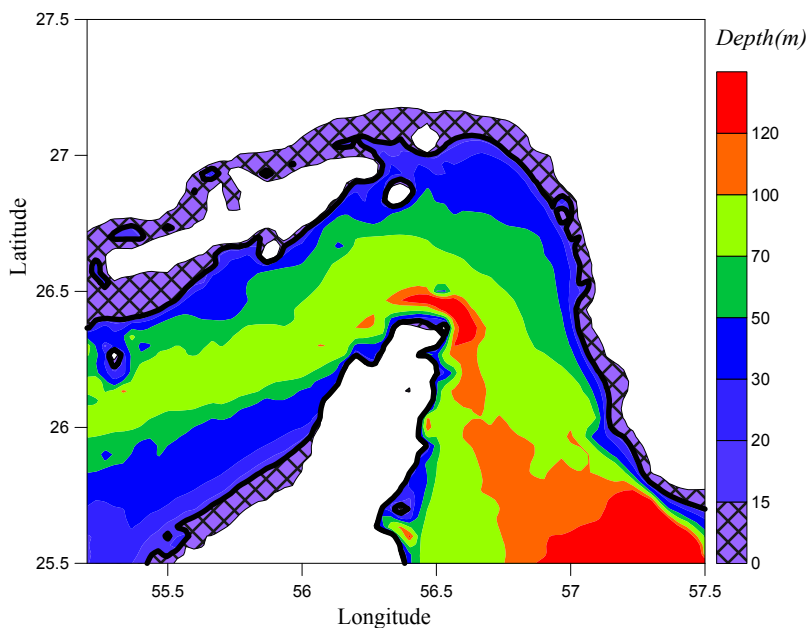
با در نظر گرفتن عمق ۵۰ متر (با ایده اولیه از مطالعات استبرگ) به عنوان عمق بحرانی (مرز بین بستر هموار و نیمه هموار)، همچنین مقادیر مختلف ارتفاع ناهمواری به ازای ۰/۳، ۰/۱، ۰/۰۱، ۰/۰۰۱ و ۰/۰۰۰۱، مدل در پنج مرحله اجرا شد. نتایج مقایسه ای محاسبات مدل با مشاهدات میدانی در هر مرحله در جدول (۱) خلاصه شده اند.

همان گونه که از جدول پیداست، بازسازی دینامیک کشند در منطقه مورد مطالعه، هنگامی که ارتفاع ناهمواری در مناطق با عمق کمتر از ۵۰ متر به عنوان ارتفاع ناهمواری هیدرودینامیکی معادل نیکورادزه برابر با ۰/۰۰۱ در نظر گرفته می شود، به نتایج بهتری می انجامد. در این حالت میانگین خطای مطلق برداری برای دامنه برابر ۲/۸۰ سانتی متر و

جدول ۲. خطای میانگین مطلق دامنه‌ها به ازای پارامترهای زبری متفاوت

عمق بحرانی (متری)	MAAE (cm)	MRAE (درصد)	MIRMSAVE (cm)	MIRMSRVE (درصد)
۱۰۰	۳/۳	۵/۱۳	۲/۸۲	۴/۳۷
۷۵	۳/۳	۵/۱۳	۲/۸۲	۴/۳۷
۵۰	۳/۳	۵/۱۳	۲/۸۱	۴/۳۷
۳۰	۳/۳	۵/۱۳	۲/۸۱	۴/۳۷
۲۵	۳/۳	۵/۱۲	۲/۸۲	۴/۳۶
۲۰	۳/۲۸	۵/۱۲	۲/۸۱	۴/۳۵
۱۵	۳/۲۸	۵/۱۲	۲/۸۰	۴/۳۵
۱۰	۳/۲۸	۵/۱۰	۲/۸۰	۴/۳۶

بدین ترتیب چنین نتیجه می‌شود که آنچه در استفاده از قوانین اصطکاک کاگان برای محاسبه توزیع مکانی ضریب درگ بستری اهمیت بالایی دارد، ارتفاع ناهمواری در نظر گرفته شده متناسب با ناهمواری نیکورادزه است نه محل قرارگیری خط حائل بین دو نوع بستر متفاوت از نظر هیدروپنماتیکی؛ بنابراین به‌طور کلی و با استناد به نتایج شبیه‌سازی‌های صورت گرفته، می‌توان چنین نتیجه‌گیری نمود که در حالتی که عمق ۱۵ متری (شکل ۳) به‌عنوان مرز حائل بین بستر ناهموار و نیمه‌هموار در نظر گرفته می‌شود و ارتفاع ناهمواری هیدروپنماتیکی معادل $0/001$ متر برای محاسبه ضریب درگ برای بستر ناهموار مورد استفاده قرار می‌گیرد، خطای کمتری در نتایج شبیه‌سازی عددی با اندازه‌گیری‌های میدانی مشاهده می‌شود.



شکل ۳. نقشه عمق‌سنجی تنگه هرمز. خط سیاه پررنگ حائل بین بستر ناهموار و نیمه‌هموار را نشان می‌دهد. مناطق نمایش داده شده با هاشور مشکی، نقاط با ضریب ناهمواری $0/001$ متر را نشان می‌دهند.

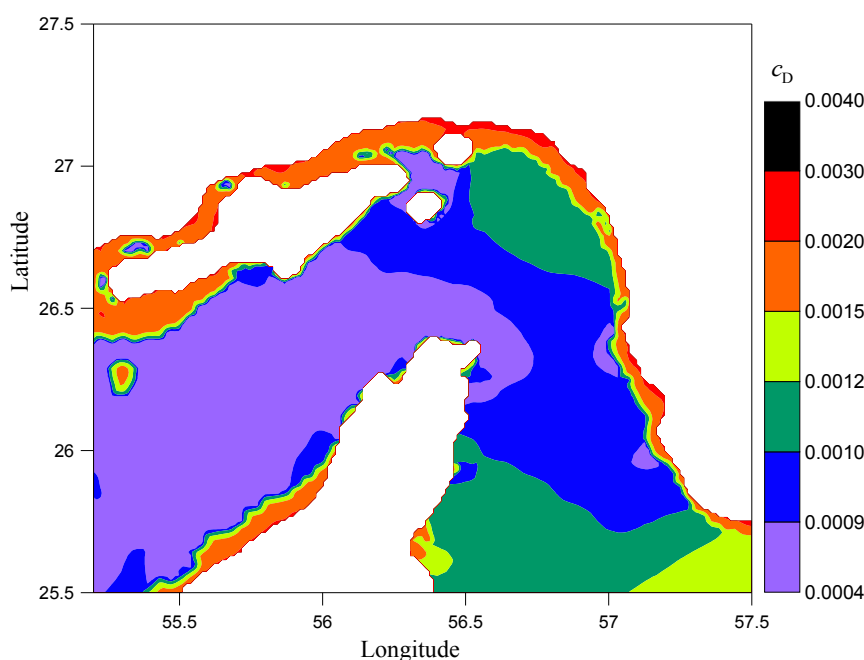
در نزدیک خطوط ساحلی ایران کمی بیشتر و برابر $0/015$ و $0/02$ محاسبه می‌شود. در واقع ضریب درگ بستری در این منطقه از مقدار ثابت $0/05$ و حتی $0/03$ (ثابت تیلور) که به‌عنوان پیش‌فرض در اغلب مدل‌های عددی مورد استفاده قرار می‌گیرد، نیز کوچک‌تر است [۲۹]. این مسئله با تکرار شبیه‌سازی عددی در حالت استفاده از ضریب درگ ثابت در منطقه مورد مطالعه، به ازای مقدار $0/03$ تأمل بیشتری را

بعد از انجام چندین شبیه‌سازی عددی به‌منظور انتخاب بهینه‌ترین مقادیر لازم برای استفاده از قوانین اصطکاک شرح داده شده در بخش مواد و روش‌ها، با استفاده از قوانین یادشده توزیع مکانی ضریب درگ در منطقه مورد مطالعه محاسبه شد (شکل ۴).

همان‌گونه که در شکل ۴ مشهود است در اکثر مناطق دور از ساحل و در مناطق عمیق‌تر درگ اصطکاک برابر $0/01$ و

همخوانی دارد [۲۱]. با وجود این با نتایج به دست آمده در حوزه اروپای شمالی که در مطالعات مشابه به وسیله کاگان و همکاران صورت گرفته است، تطابق ندارد [۳]. دلیل این امر می تواند با ویژگی های مورفودینامیکی و هیدرودینامیکی تنگه هرمز با دریای بارتس و گرینلند مرتبط باشد.

مطالبه می کند. بدین ترتیب به نظر می رسد که حتی به کار بردن ضریب درگ ثابت در مدل های عددی برای منطقه مورد مطالعه به منظور پیش بینی های کشندی به دقت بیشتری نیاز دارد و انجام حساسیت سنجی مدل های عددی به این ضریب بایستی مدنظر قرار گیرد. نتایج حاصل از این پژوهش با مطالعات پیشین کاگان و همکاران در دریای سفید



شکل ۴. توزیع مکانی ضریب درگ محاسبه شده در تنگه هرمز

مقایسه نتایج شبیه سازی های عددی صورت گرفته با مشاهدات میدانی به منظور محاسبه توزیع مکانی ضریب درگ بستری در منطقه مورد مطالعه نشان داد که در حالتی که مناطق با عمق کمتر از ۱۵ متر از نظر هیدرودینامیکی نیمه هموار قلمداد شوند؛ با در نظر گرفتن ارتفاع ناهمواری هیدرودینامیکی معادل نیکورادزه برابر با ۰/۰۰۱ به نتایج بهتری در محاسبه دامنه و فاز کشندی می انجامد. با توجه به این که ضریب درگ بستری در منطقه مورد مطالعه از ۰/۰۰۰۶ تا ۰/۰۰۴ تغییر می کند، نتایج این پژوهش ضرورت حساسیت سنجی مدل های عددی پیش بینی کشندی را حتی در صورت استفاده از مقادیر ثابت (در مکان) در تنگه هرمز مورد تأکید قرار می دهد.

۵. نتیجه گیری

برای محاسبه توزیع مکانی ضریب درگ بستری در تنگه هرمز از نسخه اصلاح شده مدل سه بعدی هیدروستاتیکی اجزاء متناهی QUODDY-4 استفاده شد. تفاوت این نسخه با نسخه اصلی در مدولی است که وابستگی ضریب درگ به پارامترهای مؤثر بر سرعت اصطکاکی را در لایه مرزی بستری توصیف می کند. بدین ترتیب ویژگی های اصطکاکی لایه مرزی بستر شامل جابه جایی فاز بین تنش بستری و سرعت جریان خارج از لایه مرزی بستر، همچنین زاویه چرخش بردار سرعت در لایه مرزی بستری - با در نظر داشتن لگاریتمی بودن پروفیل سرعت در این لایه - و قسمت خارجی لایه مرزی بستری، بدون نیاز به تعیین پروفیل ویسکوزیته تلاطمی قائم پیش فرض، مورد ملاحظه قرار گرفتند.

مراجع

- Continental Shelf Research. 2002 Feb 1;22(3):465-84.
- [12] Lu X, Zhang J. Numerical study on spatially varying bottom friction coefficient of a 2D tidal model with adjoint method. *Continental Shelf Research*. 2006;26:1905-23.
- [13] Aldridge JN, Davies AM. A high-resolution three-dimensional hydrodynamic tidal model of the Eastern Irish Sea. *Journal of Physical Oceanography*. 1993 Feb;23(2):207-24.
- [14] Wang Q. Finite element modeling of tides and currents of the Pascagoula River [dissertation]. Florida: Univ. Central Florida Orlando; 2008. 143 p.
- [۱۵] سازمان بنادر و دریانوردی کشور. پروژه شبیه‌سازی جریان‌های جزر و مدی (خلیج فارس و دریای عمان) در آب‌های مقابل سواحل استان هرمزگان. تهران: سازمان بنادر و دریانوردی کشور؛ ۱۳۹۱.
- [۱۶] رنجی زهرا، سلطانیپور محسن. تدقیق مدل هیدرودینامیک جریان خلیج فارس با استفاده از واسنجی خودکار. ارائه شده در: یازدهمین همایش بین‌المللی سواحل، بنادر و سازه‌های دریایی. ۱۳۹۳ آذر ۳-۵؛ تهران، ایران.
- [17] Kagan BA. On the resistance law for an oscillatory, rotating, rough turbulent flow. *Izvestiya Atmospheric and Oceanic Physics*. 2003;1; 39(6): 754-7.
- [18] Kagan BA. On the resistance law for an oscillatory rotating turbulent bottom boundary layer over incompletely rough and smooth surfaces. *Izvestiya Atmospheric and Oceanic Physics*. 2005 Nov 1;41(6):768-74.
- [19] Kagan BA, Romanenkov DA. Effect of hydrodynamic properties of the sea bottom on the tidal dynamics in a rectangular basin. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2006 Dec 1;42(6):777-84.
- [20] Kagan BA, Timofeev AA. Dynamics and energetics of surface and internal semidiurnal tides in the White Sea.
- [۱] صدری‌نسب مسعود. مدل‌سازی عددی سه‌بعدی گردش آب در تنگه هرمز. اقیانوس‌شناسی. ۱۳۸۹؛ ۱(۱): ۱۹-۲۴.
- [2] Reynolds RM. Physical oceanography of the Gulf, Strait of Hormuz, and the Gulf of Oman—Results from the Mt Mitchell expedition. *Marine Pollution Bulletin*. 1993 Jan 1;27:35-59.
- [3] Kagan BA, Sofina EV, Rashidi E. The impact of the spatial variability in bottom roughness on tidal dynamics and energetics, a case study: the M 2 surface tide in the North European Basin. *Ocean Dynamics*. 2012 Dec 1;62(10-12):1425-42.
- [4] Kagan BA, Sofina EV, Rashidi EHA. Influence of the White Sea on Tides in Adjacent Marginal Seas of the North European Basin. *Izvestiya Atmospheric and Oceanic Physics*. 2013; 49: 107-123.
- [5] Marchuk GI, Kagan BA. Dynamics of Ocean Tides. Leningrad: Gidrometeoizdat; 1991.
- [6] Sternberg RW. Friction factors in tidal channels with differing bed roughness. *Marin Geology*. 1993; 6: 243-260.
- [7] Sternberg RW. Predicting initial motion and bedload transport of sediment particles in the shallow marine environment, Shelf Sediment Transport. Strasburg: Dowden, Hutchison and Ross Inc; 1972.
- [8] Jonsson IG. A new approach to oscillatory rough turbulent boundary layers. *Ocean Engineering*. 1980 Jan 1;7(1):109-52.
- [9] Heathershaw AD. Measurements of turbulence in the Irish Sea benthic boundary layer. In: McCave IN, editor. *The Benthic Boundary Layer*. Boston. Springer; 1976. p.11-31
- [10] He Y, Lu X, Qiu Z, Zhao J. Shallow water tidal constituents in the Bohai Sea and the Yellow Sea from a numerical adjoint model with TOPEX/Poseidon altimeter data. *Continental Shelf Research*. 2004; 24: 1521-29.
- [11] Heemink AW, Mouthaan EE, Roest MR, Vollebregt EA, Robaczewska KB, Verlaan M. Inverse 3D shallow water flow modelling of the continental shelf.

پی‌نوشت

1. Taylor
2. Irish sea
3. Kagan
4. Amphidromic points
5. Manning's equation
6. Nikuradze equivalent roughness
7. Lynch
8. Werner
9. Galerkin weak form
10. Tide Model Driver(TMD)
11. The Mean RMS Absolute Vector Error (MRMSAVE)
12. The Mean RMS Relative Vector Error (MRMSRVE)
13. The Mean Absolute Amplitude Error (MAAE)
14. The Mean Relative Amplitude Error (MRAE)

Izvestiya Atmospheric and Oceanic Physics. 2005;41:498-512.

- [21] Kagan BA, Timofeev AA, Rashidi EHA. Effect of Spatial Inhomogeneity of the Resistance Coefficient on the Dynamics of the M2 Tidal Wave in the White Sea. *Izvestiya Atmospheric and Oceanic Physics*. 2012;48:487-500.
- [22] Ip JT, Lynch DR. *Comprehensive Coastal Circulation Simulation using Finite Elements: Nonlinear Prognostic Time-Stepping Model. QUODDY3 User's Manual*. USA: Thayer School of Engineering at Dartmouth College; 1995 May 12. Report No. NML95-1
- [23] Lynch DR. Three-dimensional diagnostic model for baroclinic, wind-driven and tidal circulation in shallow seas. *FUNDY 4 User's Manual*. Hanover: USA: Thayer School of Engineering at Dartmouth College; 2005.
- [24] Lynch DR, Werner FE. Three-dimensional hydrodynamics on finite elements. Part I: Linearized harmonic model. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 1987 Sep 1;7(9):871-909.
- [25] Lynch DR, Werner FE. Three-dimensional hydrodynamics on finite elements. Part II: Non-linear time-stepping model. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 1991 Apr 5;12(6):507-33.
- [26] Lynch DR, Werner FE, Greenberg DA, Loder JW. Diagnostic model for baroclinic and wind-driven circulation in shallow seas. *Continental Shelf Research*. 1992;12:37-64.
- [27] Dolbow J, Belytscho T. Numerical integration of the Galerkin weak form in meshfree methods. *Computational Mechanics*. 1999;23(3): 219-230.
- [28] Kubatko EJ, Dawson C, Westerink JJ. Time step restrictions for Runge-Kutta discontinuous Galerkin methods on triangular grids. *Journal of Computational Physics*. 2008 Dec 1;227(23):9697-710.
- [29] Taylor GI. Tidal friction in the Irish Sea. London: Philosophical Transactions of the Royal Society; 1919.